cea
Rewarding Learning

ADVANCED
General Certificate of Education
2019

Mathematics

Assessment Unit C4
assessing
Module C4:
Core Mathematics 4

[AMC41]

AMC41

WEDNESDAY 5 JUNE, MORNING

TIME

1 hour 30 minutes.

INSTRUCTIONS TO CANDIDATES

Write your Centre Number and Candidate Number in the spaces provided at the top of this page.
You must answer **all eight** questions in the spaces provided.
Do not write outside the boxed area on each page or on blank pages.
Complete in black ink only. **Do not write with a gel pen**.
Questions which require drawing or sketching should be completed using an H.B. pencil.
All working should be clearly shown in the spaces provided. Marks may be awarded for partially correct solutions. **Answers without working may not gain full credit**.
Answers should be given to three significant figures unless otherwise stated.
You are permitted to use a graphic or scientific calculator in this paper.

INFORMATION FOR CANDIDATES

The total mark for this paper is 75
Figures in brackets printed down the right-hand side of pages indicate the marks awarded to each question or part question.
A copy of the **Mathematical Formulae and Tables booklet** is provided.
Throughout the paper the logarithmic notation used is $\ln z$ where it is noted that $\ln z \equiv \log_e z$

11795

1   The functions f and g are defined by:

$$f(x) = x^2$$
$$g(x) = x + 2$$

(i) Find the composite function fg(x).   [2]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(ii) Find the composite function gf(x).   [1]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

24AMC4102

(iii) Hence find the value of x for which $fg(x) = gf(x)$. [2]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[Turn over

2 **Fig. 1** below shows part of the curve

$$y = 6 - 2\sqrt{x}$$

Fig. 1

A plastic funnel can be modelled by rotating this curve between $x = 0$ and $x = 5$ through 360° about the x-axis.

Find the volume that the funnel can hold.   [6]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

24AMC4104

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

11795

24AMC4105

3 An aircraft flies in a straight line from A to B. The position vectors of A and B, relative to a fixed origin O, are

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ and } \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

respectively.

(i) Find the distance travelled between A and B. [2]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

(ii) Find a vector equation of the line AB. [4]

....

....

....*24AMC4107*..

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[Turn over

24AMC4107

At B the aircraft changes course and flies towards point C whose position vector is $\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$

(iii) Find, in degrees, the angle ABC. [5]

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

11795

24AMC4108

4 **(a)** Find

$$\int (3x + 1)e^{2x}\, dx \qquad\qquad [4]$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[Turn over

24AMC4109

(b) (i) Prove that

$$\frac{1}{\sin 2x} + \cot 2x \equiv \cot x$$

[6]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(ii) Hence find

$$\int \frac{1}{\sin 2x} + \cot 2x \, dx$$

[2]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[Turn over

24AMC4111

5 (i) Using partial fractions, show that

$$\frac{1}{(2x+1)(x+1)} = \frac{2}{(2x+1)} - \frac{1}{(x+1)}$$ [4]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

(ii) When it is recharged from empty, the voltage, V volts, of a rechargeable battery can be modelled by the equation

$$(2t+1)\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = \frac{k}{t+1}$$

where t is the number of hours for which the battery is charged and k is a positive constant.
Initially $V = 0$
When $t = 2$, $V = 2.36$
The battery company recommends that a battery needs 24 hours to be fully charged.

Find V when the battery is fully charged. [10]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[Turn over

24AMC4113

....

....

....

24AMC4114

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[Turn over

24AMC4115

6 A curve has equation

$$x^2 - 4xy + 2y^2 + 18 = 0$$

(i) Show that

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \frac{x - 2y}{2x - 2y}$$

[5]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

(ii) Hence find the coordinates of the stationary points of this curve. [5]

24AMC4117

7   Solve the equation

$$7\sin\theta + 24\cos\theta = 8 \qquad \text{where} \quad 0° \leqslant \theta \leqslant 360°$$ [7]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

24AMC4118

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

[Turn over

8 The metal blade of a scalpel can be modelled as the area enclosed by the curve

$$y = (\sin x - 2\cos x)^2$$

the x and y-axes and the line $x = \dfrac{\pi}{4}$, as shown in **Fig. 2** below.
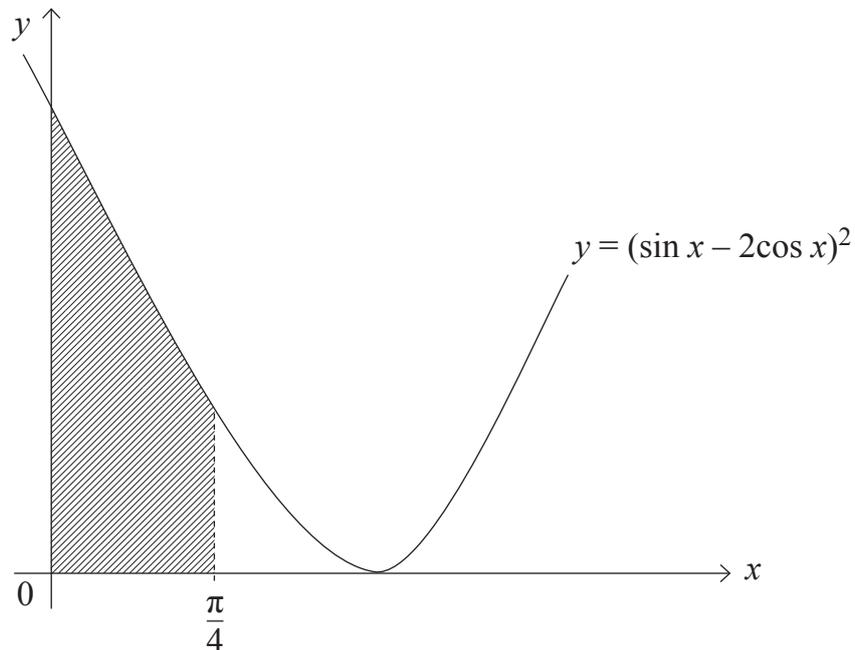
Fig. 2

Find the **exact** area of one face of the blade. [10]

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

11795

24AMC4120

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

[Turn over

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

THIS IS THE END OF THE QUESTION PAPER

11795

24AMC4122

BLANK PAGE

DO NOT WRITE ON THIS PAGE

11795

DO NOT WRITE ON THIS PAGE

11795/3

24AMC4124