

22147408



International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

**ÉTUDES MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2**

Mercredi 14 mai 2014 (matin)

1 heure 30 minutes

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Un exemplaire non annoté du *livret de formules pour le cours d'études mathématiques NM* est nécessaire pour cette épreuve.
- Répondez à toutes les questions.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est [90 points].

Veillez répondre à chaque question sur une nouvelle page. On vous recommande d'indiquer votre raisonnement autant que possible. Lorsque la réponse est fausse, certains points seront accordés si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. Les solutions obtenues à l'aide de calculatrices à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse.

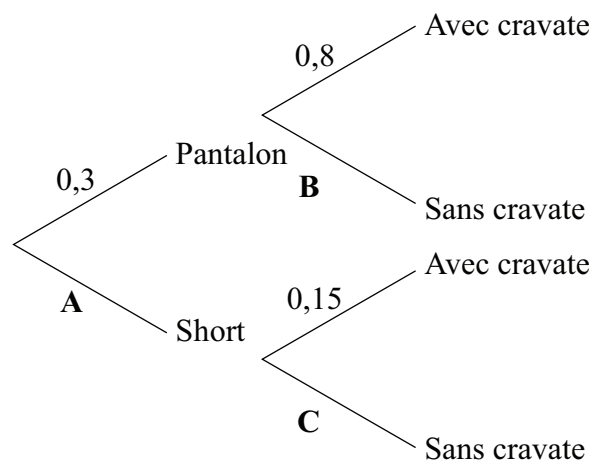
1. [Note maximale : 16]

Tomek assiste à une conférence à Singapour. Il peut porter un pantalon ou un short. Il a aussi le choix de porter ou de ne pas porter une cravate.

La probabilité que Tomek porte un pantalon est 0,3. S'il porte un pantalon, la probabilité qu'il porte une cravate est 0,8.

Si Tomek porte un short, la probabilité qu'il porte une cravate est 0,15.

Le diagramme en arbre suivant montre les probabilités pour les options d'habillement de Tomek pour cette conférence.



(a) Trouvez la valeur de

- (i) A;
- (ii) B;
- (iii) C.

[3]

(b) Calculez la probabilité que Tomek porte

- (i) un short et pas de cravate ;
- (ii) pas de cravate ;
- (iii) un short sachant qu'il ne porte pas de cravate.

[8]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

La conférence dure deux jours.

- (c) Calculez la probabilité que Tomek porte un pantalon pendant les deux jours. [2]
- (d) Calculez la probabilité que Tomek porte un pantalon un jour et l'autre jour un short. [3]

Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

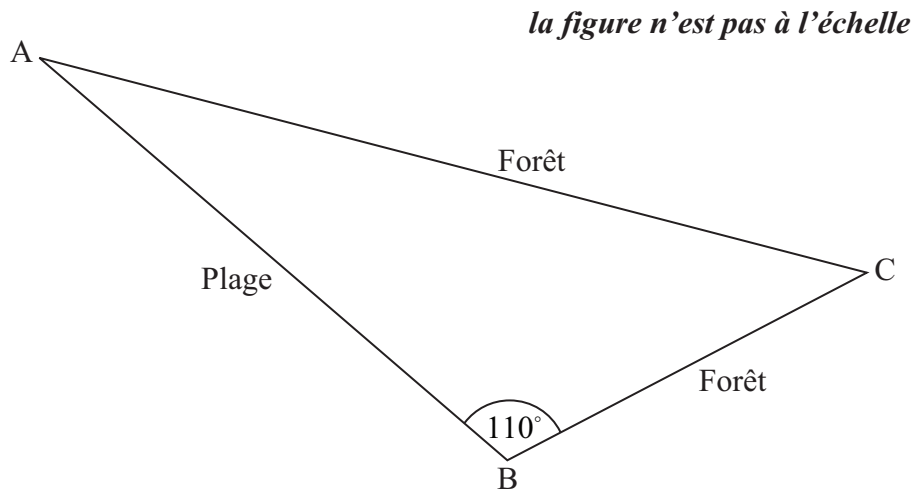
Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.

2. [Note maximale : 14]

Un parcours de cross comporte une partie sur la plage et une partie en forêt. Les concurrents courent de A à B, puis de B à C et de C à A pour revenir au départ.

La course de A à B se fait le long d'une plage tandis que la course de B à A, en passant par C, se fait à travers une forêt.

Le parcours de cross est représenté sur le schéma suivant.



L'angle ABC vaut 110° .

Il faut à Sarah 5 minutes et 20 secondes pour courir de A à B à la vitesse de $3,8 \text{ ms}^{-1}$.

- (a) En utilisant la formule « *distance = vitesse \times temps* », montrez que la distance de A à B est de 1220 mètres, correcte à 3 chiffres significatifs près. [2]

La distance de B à C est de 850 mètres. Il faut à Sarah 5 minutes et 3 secondes pour courir cette partie de la course.

- (b) Calculez la vitesse, en ms^{-1} , à laquelle Sarah court de B à C. [1]
- (c) Calculez la distance, en mètres, de C à A. [3]
- (d) Calculez la distance totale, en mètres, de ce parcours de cross. [2]
- (e) Trouvez la mesure de l'angle BCA. [3]
- (f) Calculez l'aire du parcours de cross limitée par les droites AB, BC et CA. [3]

3. [Note maximale : 10]

Une enquête a été menée pour déterminer combien de temps, t , en minutes, les gens prennent pour boire leur café dans un café. Les informations recueillies sont présentées dans le tableau d'effectifs groupés suivant.

| Temps, t (minutes) | Nombre de personnes |
|-------------------------|------------------------|
| $0 < t \leq 5$ | 3 |
| $5 < t \leq 10$ | 5 |
| $10 < t \leq 15$ | 12 |
| $15 < t \leq 20$ | 14 |
| $20 < t \leq 25$ | 16 |
| $25 < t \leq 30$ | 10 |

- (a) Écrivez le nombre total de personnes qui ont été interrogées. [1]
- (b) Écrivez la valeur centrale de l'intervalle du groupe $10 < t \leq 15$. [1]
- (c) Trouvez une estimation du temps moyen pris par les gens pour boire leur café. [2]

Les informations ci-dessus ont été réécrites comme un tableau des effectifs cumulés.

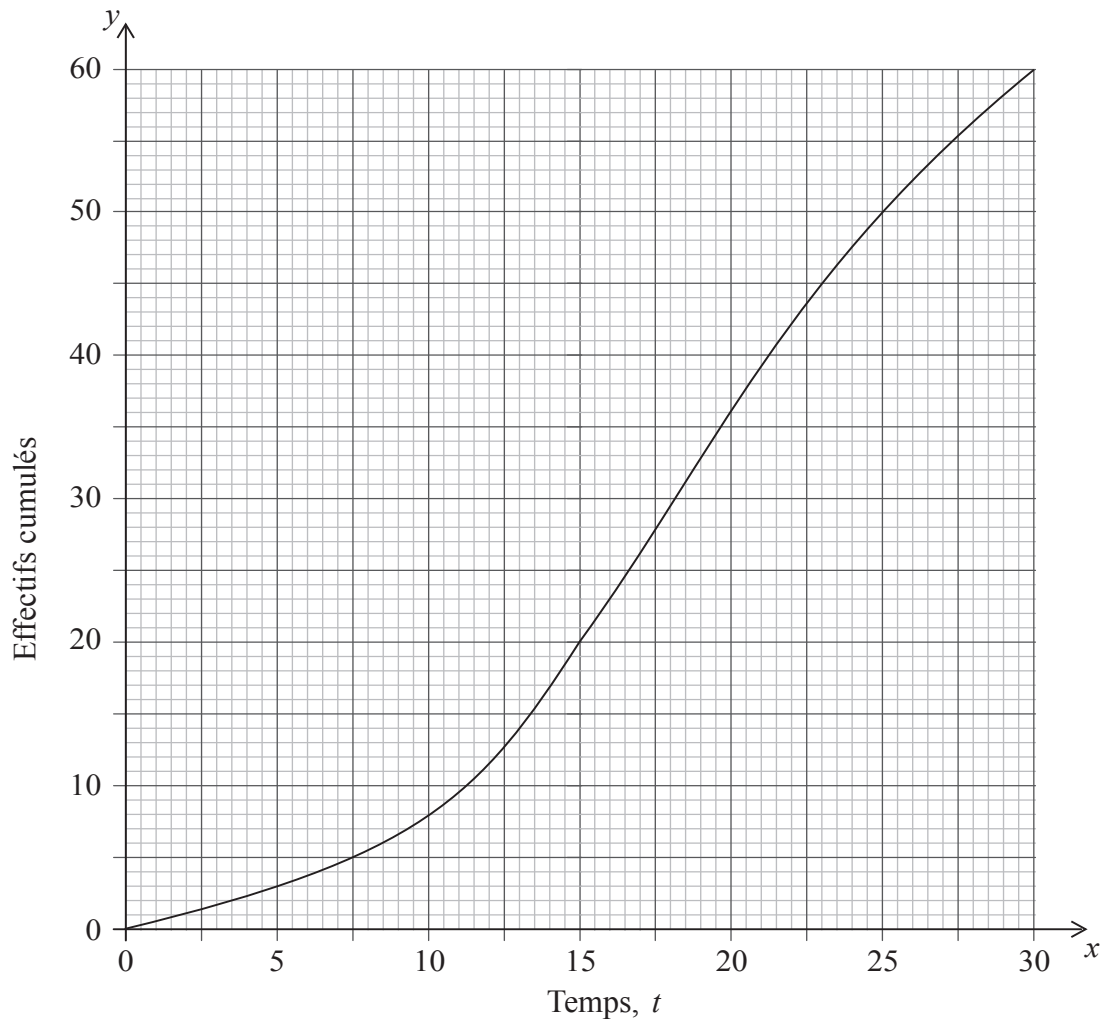
| Temps, t (minutes) | $t \leq 5$ | $t \leq 10$ | $t \leq 15$ | $t \leq 20$ | $t \leq 25$ | $t \leq 30$ |
|-------------------------|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Effectifs cumulés | 3 | 8 | 20 | a | 50 | b |

- (d) Écrivez la valeur de a et la valeur de b . [2]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 3)

Ces informations sont présentées sur la courbe des effectifs cumulés suivante.



- (e) Parmi les personnes interrogées, utilisez cette courbe pour estimer
- (i) le temps pris par les premières 40 personnes pour boire leur café ;
 - (ii) le nombre de personnes qui prennent moins de 8 minutes pour boire leur café ;
 - (iii) le nombre de personnes qui prennent plus de 23 minutes pour boire leur café.

[4]

4. [Note maximale : 19]

Donnez vos réponses de la partie (a) jusqu'à la partie (e) au dollar le plus proche.

Le jour du 18^e anniversaire de Hugh, ses parents lui ont proposé différentes options sur la façon de recevoir son argent de poche mensuel pour les deux prochaines années.

Option A 60 \$ chaque mois pendant deux ans

Option B 10 \$ pour le premier mois, 15 \$ pour le second mois, 20 \$ pour le troisième mois, augmentant de 5 \$ chaque mois pendant deux ans

Option C 15 \$ pour le premier mois et augmentant de 10% chaque mois pendant deux ans

Option D Investir 1500 \$ dans une banque au commencement de la première année avec un taux d'intérêt de 6% par an, **composé mensuellement**.

Hugh ne dépense rien de son argent de poche pendant cette période de deux années.

- (a) Si Hugh choisit l'**Option A**, calculez la valeur totale de son argent de poche à la fin de la période de deux ans. [2]
- (b) Si Hugh choisit l'**Option B**, calculez
- (i) la quantité d'argent qu'il recevra le 17^e mois ;
- (ii) la valeur totale de son argent de poche à la fin de la période de deux ans. [5]
- (c) Si Hugh choisit l'**Option C**, calculez
- (i) la quantité d'argent que Hugh recevra le 13^e mois ;
- (ii) la valeur totale de son argent de poche à la fin de la période de deux ans. [5]
- (d) Si Hugh choisit l'**Option D**, calculez la valeur totale de son argent de poche à la fin de la période de deux ans. [3]
- (e) Indiquez quelle option A, B, C ou D, Hugh devrait choisir pour que son argent de poche ait la plus grande valeur totale à la fin de la période de deux ans. [1]

Une autre banque garantit à Hugh une somme de 1750 \$ après deux ans d'investissement s'il investit 1500 \$ dans cette banque. Les intérêts sont **composés annuellement**.

- (f) Calculez le taux d'intérêt annuel offert par cette banque. [3]

5. [Note maximale : 17]

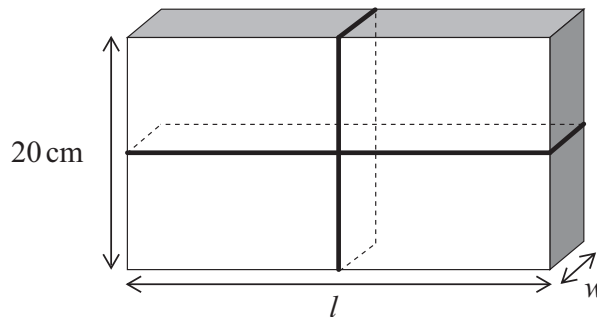
Un paquet a la forme d'un prisme rectangulaire, comme le montre la figure ci-après. Il a pour longueur l cm, pour largeur w cm et pour hauteur 20 cm.

Le volume total de ce paquet est 3000 cm^3 .

(a) Exprimez le volume de ce paquet en fonction de l et w . [1]

(b) Montrez que $l = \frac{150}{w}$. [2]

Le paquet est attaché par une ficelle dont la longueur s'ajuste **exactement** au tour du paquet, comme le montre la figure suivante.



(c) Montrez que la longueur de la ficelle, S cm, nécessaire pour attacher le paquet peut s'écrire comme

$$S = 40 + 4w + \frac{300}{w}, 0 < w \leq 20. \quad [2]$$

(d) Dessinez la représentation graphique de S pour $0 < w \leq 20$ et $0 < S \leq 500$, en montrant clairement le minimum local. Utilisez une échelle de 2 cm pour représenter 5 unités sur l'axe horizontal des w (cm), et une échelle de 2 cm pour représenter 100 unités sur l'axe vertical des S (cm). [4]

(e) Trouvez $\frac{dS}{dw}$. [3]

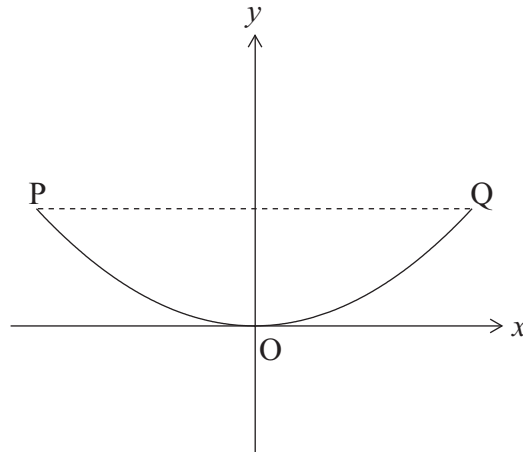
(f) Trouvez la valeur de w pour laquelle S est un minimum. [2]

(g) Écrivez la valeur l du paquet pour laquelle la longueur de la ficelle est un minimum. [1]

(h) Trouvez la longueur minimum de ficelle nécessaire pour attacher le paquet. [2]

6. [Note maximale : 14]

La vue de face du bord d'un réservoir d'eau est dessinée dans le repère ci-dessous.
Le bord peut être modélisé par $y = ax^2 + c$.



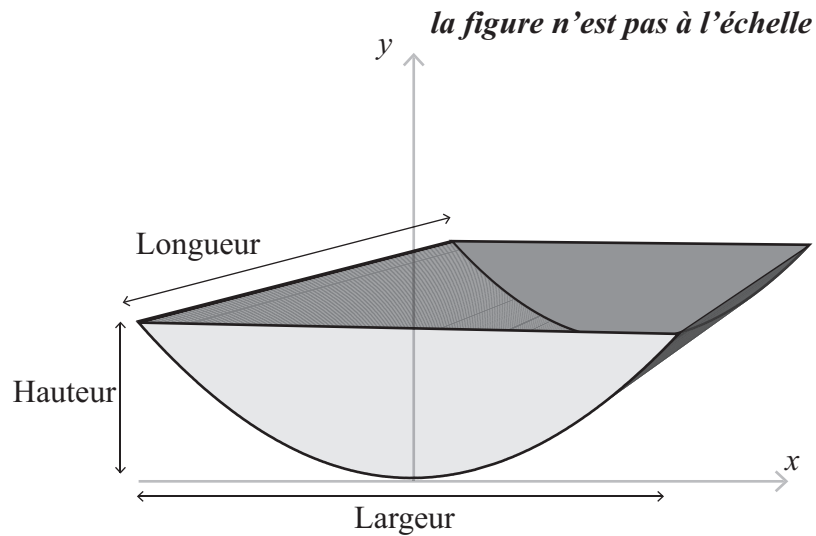
Le point P a pour coordonnées $(-3; 1,8)$, le point O a pour coordonnées $(0; 0)$ et le point Q a pour coordonnées $(3; 1,8)$.

- (a) Écrivez la valeur de c . [1]
- (b) Trouvez la valeur de a . [2]
- (c) À partir de là, écrivez l'équation de la fonction du second degré qui modélise le bord du réservoir d'eau. [1]

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 6)

Le réservoir d'eau est représenté ci-dessous. Il est partiellement rempli d'eau.



- (d) Calculez la valeur de y lorsque $x = 2,4$ m. [2]
- (e) Indiquez ce que la valeur de x et la valeur de y représentent pour ce réservoir d'eau. [2]
- (f) Trouvez la valeur de x quand la hauteur de l'eau dans le réservoir est 0,9 m. [2]

Le réservoir d'eau a pour longueur 5 m.

- (g) Quand le réservoir d'eau est rempli jusqu'à une hauteur de 0,9 m, l'aire de la section frontale de l'eau est $2,55 \text{ m}^2$. [2]
- (i) Calculez le volume d'eau dans le réservoir. [2]

Le volume total du réservoir est 36 m^3 .

- (ii) Calculez le pourcentage d'eau dans le réservoir. [2]