

M14/5/MATSD/SP1/SPA/TZ0/XX



22147409



International Baccalaureate®  
Baccalauréat International  
Bachillerato Internacional

**ESTUDIOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Martes 13 de mayo de 2014 (tarde)

Código del examen

1 hora 30 minutos

2	2	1	4	-	7	4	0	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

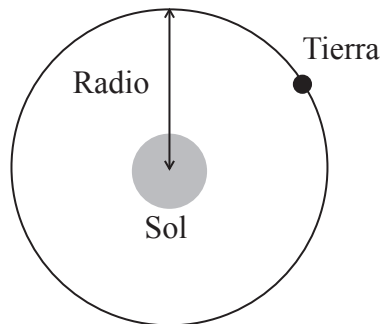
- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin usar del *Cuadernillo de fórmulas de Estudios Matemáticos NM*.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].



20EP01

Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. El radio promedio de la órbita que describe la Tierra alrededor del Sol es igual a 150 millones de kilómetros.



*La figura no está dibujada a escala*

- (a) Escriba este radio, en kilómetros, de la forma  $a \times 10^k$ , donde  $1 \leq a < 10$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . [2]

La Tierra da vueltas alrededor del Sol siguiendo una órbita, y tarda un año en completar dicha órbita.

- (b) Calcule la distancia, en kilómetros, que recorre la Tierra alrededor del Sol en una órbita, suponiendo que la órbita sea una circunferencia. [2]

Hoy Anna celebra su 17º cumpleaños.

- (c) Calcule la distancia total que ha recorrido Anna alrededor del Sol desde que nació. [2]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



2. Dos proposiciones  $p$  y  $q$  se definen de la siguiente manera

$p$ : Eva está a dieta

$q$ : Eva está perdiendo peso.

- (a) Escriba **con palabras** el siguiente enunciado. [2]

$$q \Rightarrow p$$

- (b) Escriba, con palabras, la contrarrecíproca del enunciado  $q \Rightarrow p$ . [2]

- (c) Determine si el enunciado que ha escrito en el apartado (a) es lógicamente equivalente al enunciado que ha escrito en el apartado (b). Justifique su respuesta. [2]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

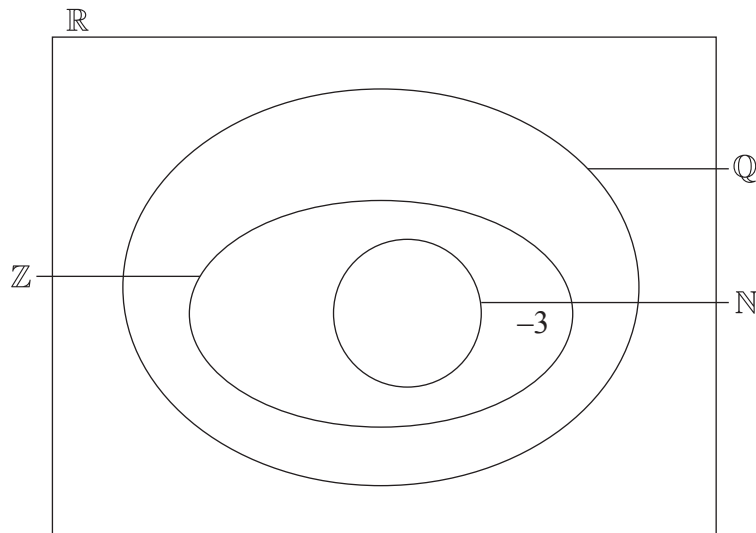
- (a) .....
- .....
- .....
- (b) .....
- .....
- .....
- (c) .....
- .....
- .....
- .....



3. El siguiente diagrama de Venn muestra la relación entre los conjuntos de números

$\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$  y  $\mathbb{R}$ .

El número  $-3$  pertenece a los conjuntos  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  y  $\mathbb{R}$  pero no a  $\mathbb{N}$ , y está situado en la zona adecuada del diagrama de Venn a modo de ejemplo.



Escriba cada uno de los siguientes números en el lugar apropiado del diagrama de Venn.

- (a) 4 [1]
- (b)  $\frac{1}{3}$  [1]
- (c)  $\pi$  [1]
- (d) 0,38 [1]
- (e)  $\sqrt{5}$  [1]
- (f)  $-0,25$  [1]

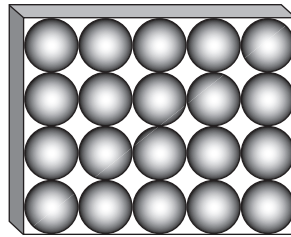


4. Se venden bombones con forma de esfera en cajas de 20.

Cada bombón tiene un radio de 1 cm.

- (a) Halle el volumen de un bombón. [2]
- (b) Escriba el volumen de 20 bombones. [1]

La figura muestra la caja de bombones vista desde arriba. Los 20 bombones encajan a la perfección en la caja. Cada bombón está en contacto con los bombones que tiene a su alrededor o con el borde de la caja.



- (c) Calcule el volumen de la caja. [2]
- (d) Calcule el volumen del espacio vacío que queda en la caja. [1]

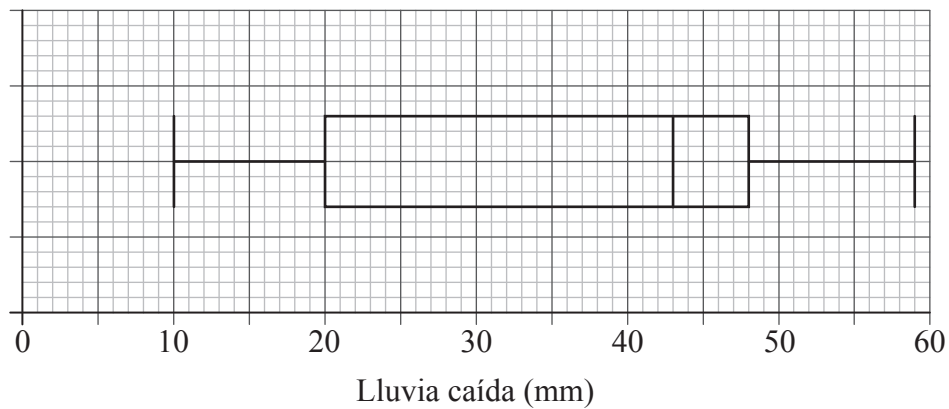
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



5. La distribución de lluvia caída en una ciudad a lo largo de 80 días se muestra en el siguiente diagrama de caja y bigotes.



- (a) Escriba la mediana de la lluvia caída. [1]
- (b) Escriba el mínimo de la lluvia caída. [1]
- (c) Halle el rango intercuartil. [2]
- (d) Escriba el número de días en los que la lluvia caída
- (i) está entre 43 mm y 48 mm;
- (ii) está entre 20 mm y 59 mm. [2]

*Operaciones:*

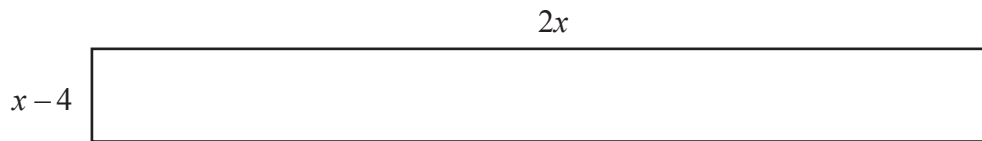
*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) (i) .....
- (ii) .....



6. A continuación se muestra la superficie de una alfombra roja. Las dimensiones de la alfombra están en metros.

*La figura no está dibujada a escala*



- (a) Escriba una expresión para calcular el área de la alfombra,  $A$ , en  $\text{m}^2$ . [1]
- El área de la alfombra es igual a  $10 \text{ m}^2$ .
- (b) Calcule el valor de  $x$ . [3]
- (c) A partir de lo anterior, escriba el valor de la longitud y el de la anchura de la alfombra, en metros. [2]

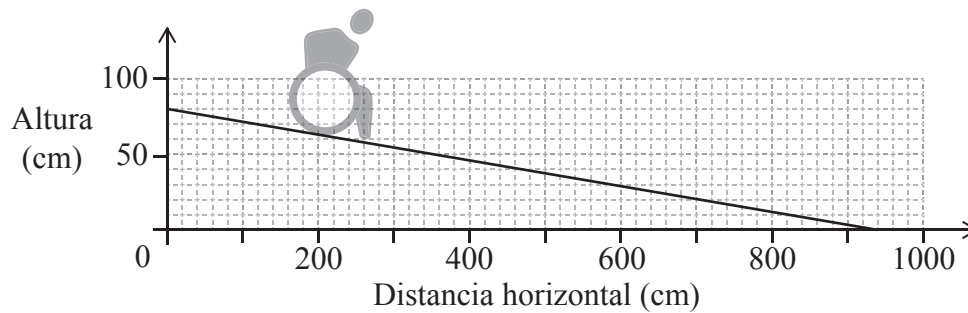
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



7. El diagrama muestra una rampa, A, para sillas de ruedas. La rampa está diseñada para descender desde una altura de 80 cm.

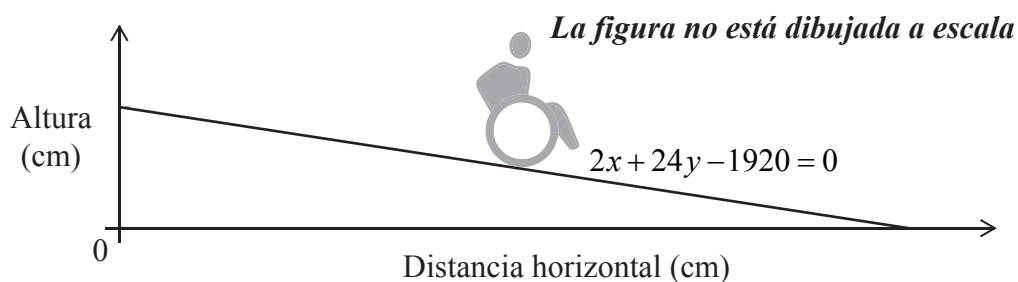


- (a) Utilice el diagrama anterior para calcular la pendiente de la rampa. [1]

La pendiente de una rampa para sillas de ruedas descendiente y **segura** es  $-\frac{1}{12}$ .

- (b) Utilizando la respuesta obtenida en el apartado (a), comente por qué la rampa A para sillas de ruedas **no es segura**. [1]

La ecuación de una segunda rampa para sillas de ruedas, B, es  $2x + 24y - 1920 = 0$ .



- (c) (i) Determine si la rampa B para sillas de ruedas es o no segura. Justifique su respuesta.
- (ii) Halle la distancia horizontal de la rampa B para sillas de ruedas. [4]

*(Esta pregunta continúa en la página siguiente)*





*(Pregunta 7: continuación)*

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) (i) .....
- .....
- (ii) .....



8. Un grupo de 100 alumnos dieron las siguientes respuestas a la pregunta de cómo van al colegio.

	Andando	Transporte público	Coche	Bicicleta	Total
Chicas	18	13	14	3	48
Chicos	9	17	10	16	52
Total	27	30	24	19	100

Se lleva a cabo una prueba de  $\chi^2$  a un nivel de significación del 5% para analizar la independencia de los resultados. La hipótesis nula se definió así

$H_0$ : La forma en que van al colegio es independiente del sexo del alumno.

- (a) Halle la frecuencia esperada de chicas que van al colegio en transporte público. [2]
- (b) Halle el estadístico  $\chi^2$ . [2]

El valor crítico de  $\chi^2$ , a un nivel de significación del 5%, es igual a 7,815.

- (c) Indique si se acepta o no la hipótesis nula. Dé una respuesta razonada. [2]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- .....
- .....



9. *En esta pregunta, dé todas las respuestas redondeando al número entero más próximo.*

- (a) Fumie se va de vacaciones al Reino Unido. Cambia 100 000 yenes japoneses (JPY) a libras esterlinas (GBP) y no le cobran ninguna comisión.

El tipo de cambio entre GBP y JPY es

$$1 \text{ GBP} = 129 \text{ JPY.}$$

Calcule el valor en GBP de los 100 000 JPY.

[2]

- (b) Tras finalizar sus vacaciones en el Reino Unido, a Fumie le han sobrado 239 GBP. Cambia esta cantidad a JPY en un banco que no cobra comisión, y le dan 30 200 JPY.

- (i) Halle el tipo de cambio aplicado en esta segunda transacción.
- (ii) Determine si, al cambiar de GBP a JPY, el tipo de cambio hallado en el apartado (b)(i) es mejor para Fumie que el tipo de cambio del apartado (a). Justifique su respuesta.

[4]

*Operaciones:*

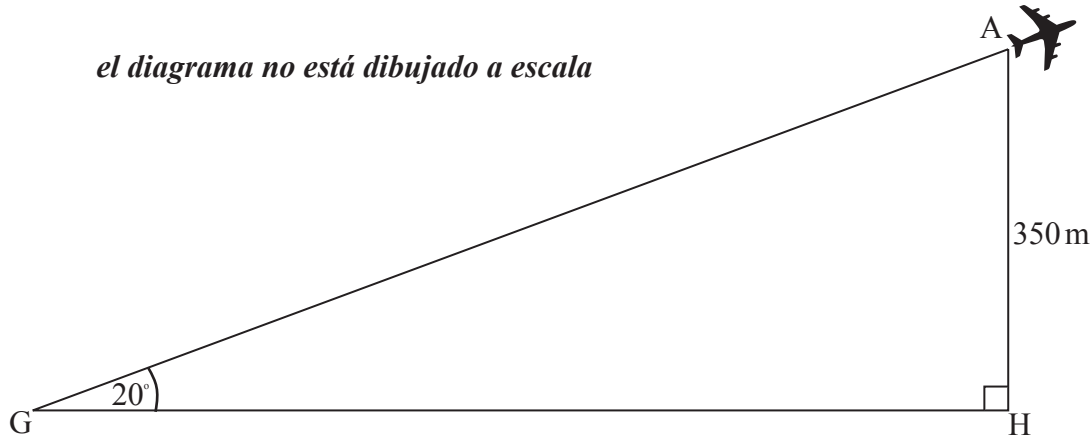
*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) (i) .....
- (ii) .....
- .....
- .....



10. Günter está en el Aeropuerto de Berlín-Tegel viendo cómo despegan los aviones. Günter observa un avión que tiene un ángulo de elevación de  $20^\circ$  desde el punto G donde él se encuentra. El avión está a una altura de 350 metros. Esta información se muestra en el siguiente diagrama.

*el diagrama no está dibujado a escala*

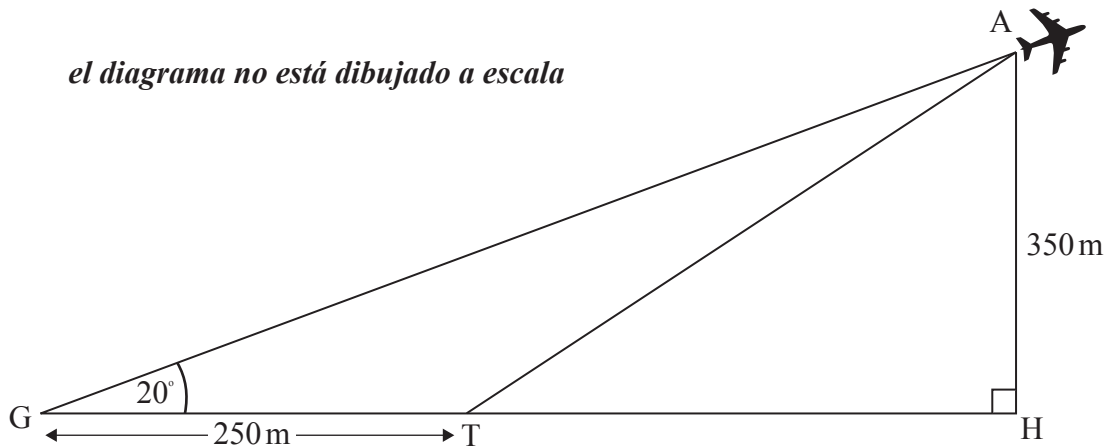


- (a) Calcule la distancia horizontal, GH, desde Günter hasta el avión. **Dé la respuesta redondeando al número entero de metros más próximo.**

[3]

Se sabe que el avión ha despegado desde un punto T situado a 250 metros de donde Günter se encuentra, tal y como se muestra en el siguiente diagrama.

*el diagrama no está dibujado a escala*



- (b) Utilizando la respuesta obtenida en el apartado (a), calcule el ángulo ATH que es el ángulo de despegue del avión.

[3]

*(Esta pregunta continúa en la página siguiente)*



*(Pregunta 10: continuación)*

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) .....

(b) .....



20EP13

**Véase al dorso**

11. En un ensayo de un nuevo medicamento, los científicos observan que la cantidad de medicamento presente en el torrente sanguíneo disminuye con el tiempo, siguiendo el modelo

$$M(t) = 1,2 \times (0,87)^t, \quad t \geq 0$$

donde  $M$  es la cantidad de medicamento que hay presente en el torrente sanguíneo en mg por litro ( $\text{mg l}^{-1}$ ) y  $t$  es el tiempo en horas.

- (a) Escriba la cantidad de medicamento que hay en el torrente sanguíneo en  $t = 0$ . [1]
- (b) Calcule la cantidad de medicamento que hay en el torrente sanguíneo transcurridas 3 horas. [2]
- (c) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para determinar cuánto tiempo tiene que pasar para que la cantidad de medicamento que hay en el torrente sanguíneo disminuya hasta  $0,333 \text{ mg l}^{-1}$ . [3]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



12. Se ha hecho una encuesta para analizar la relación que existe entre el número de limpiadores,  $n$ , y el tiempo,  $t$ , que tardan en limpiar un colegio.

Número de limpiadores, $n$	Tiempo, $t$ (minutos)
1	193
2	172
3	118
5	112
6	87

- (a) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para escribir la ecuación de la recta de regresión de  $t$  sobre  $n$ . [2]
- (b) Escriba el valor del coeficiente de correlación momento-producto de Pearson,  $r$ . [2]
- (c) Utilice la ecuación de su recta de regresión para hallar cuánto tiempo tardan 4 limpiadores en limpiar el colegio. [2]

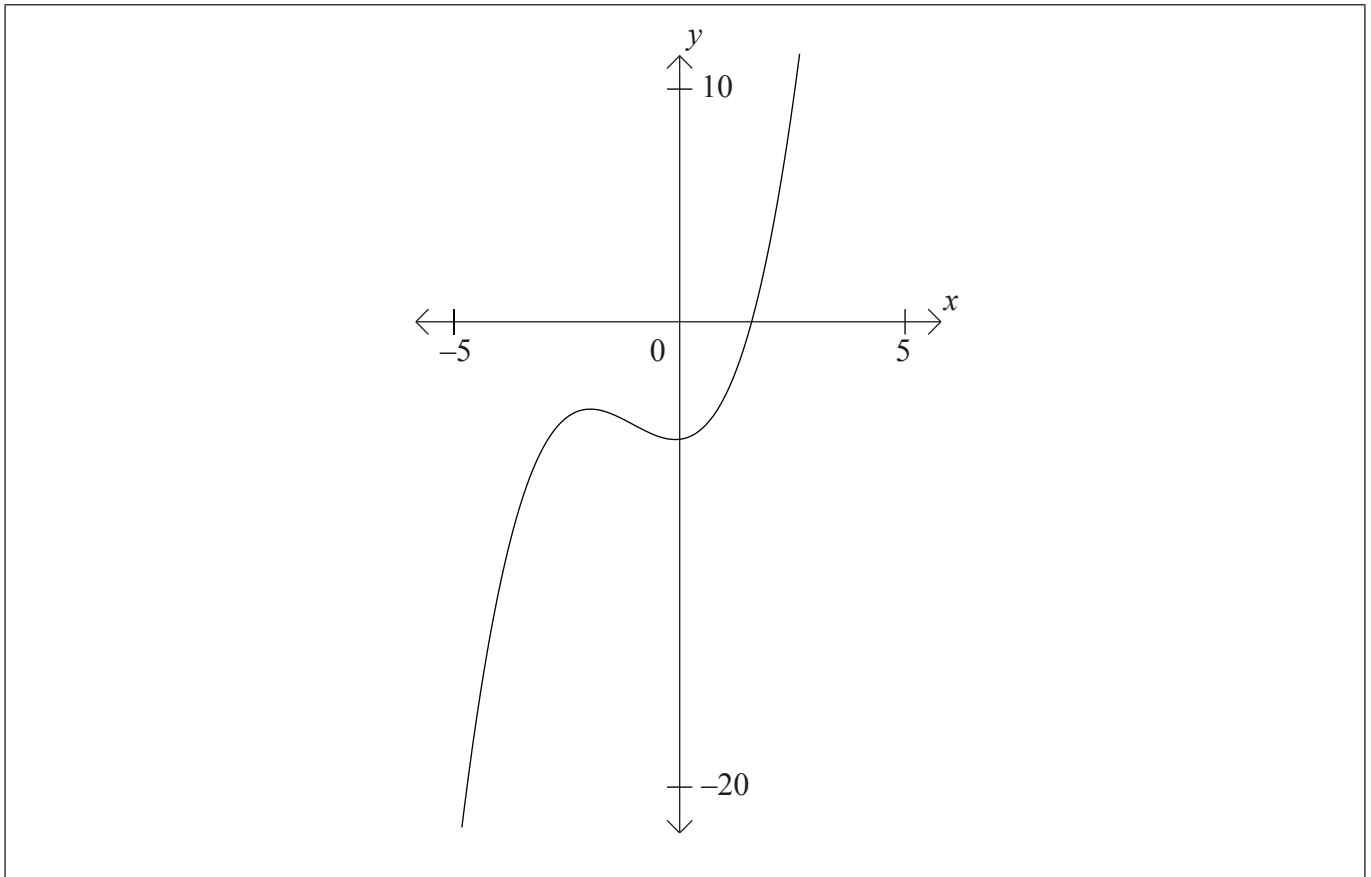
*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....



13. Considere el gráfico de la función  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 5$ .



- (a) En el gráfico, rotule el máximo local con una A. [1]
- (b) En el gráfico, rotule el mínimo local con una B. [1]
- (c) Escriba el intervalo en el cual  $f'(x) < 0$ . [1]
- (d) En el gráfico, dibuje con precisión la tangente a la curva en  $x = 1$ . [1]
- (e) Escriba la ecuación de la tangente en  $x = 1$ . [2]

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)





*(Pregunta 13: continuación)*

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(c) .....

(e) .....



20EP17

**Véase al dorso**

14. La altura de los manzanos de un huerto sigue una distribución normal con una media de 3,42 m y con una desviación típica de 0,21 m.
- (a) Escriba la probabilidad de que un árbol elegido al azar tenga una altura mayor que 3,42 m. [1]
- (b) Escriba la probabilidad de que la altura de un árbol elegido al azar esté a menos de 2 desviaciones típicas de la media de 3,42 m. [1]
- (c) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para calcular la probabilidad de que un árbol elegido al azar tenga una altura mayor que 3,35 m. [2]
- (d) La probabilidad de que un árbol dado mida menos de  $x$  metros es igual a 0,65. Halle el valor de  $x$ . [2]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) .....
- (b) .....
- (c) .....
- (d) .....



15. Una función viene dada por  $f(x) = 2x^3 - 5x + \frac{4}{x} + 3$ ,  $-5 \leq x \leq 10$ ,  $x \neq 0$ .

(a) Escriba la derivada de la función.

[4]

(b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar las coordenadas del mínimo local de  $f(x)$  dentro del dominio dado.

[2]

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) .....

(b) .....



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

