



No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

**Estudios matemáticos**  
**Nivel medio**  
**Prueba 2**

Martes 14 de mayo de 2019 (mañana)

1 hora 30 minutos

---

**Instrucciones para los alumnos**

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta. Se recomienda que muestre todos los cálculos, siempre que sea posible. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. [Puntuación máxima: 15]

En el Instituto Sila hay 110 alumnos. Cada uno de ellos estudia exactamente un idioma; pueden elegir entre inglés, español o chino. La siguiente tabla muestra el número de alumnas y de alumnos que han elegido cada uno de estos idiomas.

		Idioma elegido			Total
		Inglés	Español	Chino	
Sexo del alumno	Mujer	25	8	10	43
	Hombre	21	14	32	67
Total		46	22	42	110

Se llevó a cabo una prueba de  $\chi^2$  a un nivel de significación del 5% para analizar la relación que existe entre el sexo del alumno y el idioma que decide estudiar.

- (a) Escriba la hipótesis nula ( $H_0$ ), para esta prueba. [1]
- (b) Indique el número de grados de libertad. [1]
- (c) Utilizando la calculadora de pantalla gráfica, escriba
- (i) la frecuencia esperada de alumnas (mujeres) que deciden estudiar chino;
- (ii) el estadístico  $\chi^2$ . [3]

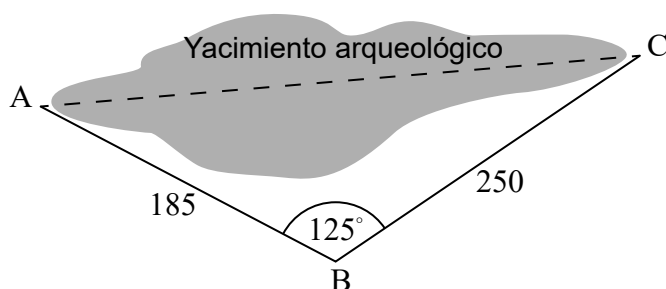
El valor crítico para esta prueba, a un nivel de significación del 5%, es igual a 5,99.

- (d) Indique si  $H_0$  se debería (o no) rechazar. Justifique su respuesta. [2]
- (e) Se elige al azar a un alumno (hombre o mujer) de este instituto.
- (i) Halle la probabilidad de que el alumno o la alumna no esté estudiando español.
- Se elige al azar a otro alumno (hombre o mujer) de este instituto.
- (ii) Halle la probabilidad de que ninguno de los dos alumnos (o alumnas) estén estudiando español.
- (iii) Halle la probabilidad de que al menos uno de los dos alumnos sea mujer. [8]

## 2. [Puntuación máxima: 13]

Un yacimiento arqueológico se quiere hacer accesible para poder abrirlo al público. Para ello, los arqueólogos han hecho dos caminos rectos que van desde el punto A al punto B y desde el punto B al punto C, tal y como se muestra en la siguiente figura. El camino AB tiene una longitud de 185 m, el camino BC tiene una longitud de 250 m y el ángulo  $\hat{A}BC$  mide  $125^\circ$ .

la figura no está dibujada a escala

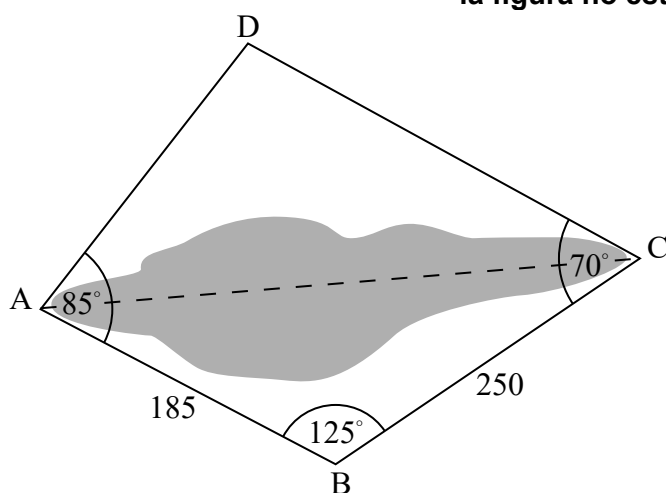


(a) Halle la distancia que hay entre A y C.

[3]

Los arqueólogos tienen previsto hacer otros dos caminos rectos: AD y DC. Para que los caminos rodeen al yacimiento, el ángulo  $\hat{B}AD$  se va a hacer igual a  $85^\circ$  y el ángulo  $\hat{B}CD$  se va a hacer igual a  $70^\circ$ , tal y como se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



(b) Halle el valor de

(i) el ángulo  $\hat{B}AC$ ;

(ii) el ángulo  $\hat{C}AD$ .

[4]

(c) Halle el valor del ángulo  $\hat{A}CD$ .

[2]

La longitud del camino AD es igual a 287 m.

(d) Halle el área de la región ABCD.

[4]

Véase al dorso

**3.** [Puntuación máxima: 15]

Una fábrica envasa agua de coco en recipientes con forma de cono, donde el radio de la base es de 5,2 cm y la altura es igual a 13 cm.

- (a) Halle el volumen de uno de estos recipientes con forma de cono. [2]
- (b) Halle la generatriz de este recipiente con forma de cono. [2]
- (c) Muestre que el área total de la superficie de este recipiente con forma de cono es igual a  $314\text{ cm}^2$ , redondeando a tres cifras significativas. [3]

Los diseñadores de la fábrica están investigando si es posible sustituir los recipientes con forma de cono por recipientes con forma de cilindro que tengan el mismo radio y la misma superficie total.

- (d) Halle la altura ( $h$ ) de uno de estos recipientes con forma de cilindro. [4]

El director de la fábrica quiere aumentar el volumen de agua de coco que se vende con cada recipiente.

- (e) Indique si debería (o no) sustituir los recipientes con forma de cono por recipientes con forma de cilindro. Justifique su respuesta. [4]

## 4. [Puntuación máxima: 16]

El primer día que está en el hospital, a Kiri le dan  $u_1$  miligramos (mg) de un medicamento determinado. La cantidad de medicamento que le dan a Kiri va aumentando cada día, siempre en la misma cantidad ( $d$ ). El séptimo día le dan 21 mg de medicamento y el undécimo día le dan 29 mg.

(a) Escriba una ecuación, en función de  $u_1$  y  $d$ , que represente la cantidad de medicamento que le dan

(i) el séptimo día;

(ii) el undécimo día.

[2]

(b) Escriba el valor de  $d$  y el valor de  $u_1$ .

[2]

Kiri toma este medicamento durante 30 días.

(c) Calcule la cantidad total del medicamento (en mg) que habrá tomado.

[3]

Ted también está ingresado en el hospital y el primer día le ponen una inyección de 20 mg de antibiótico. La cantidad de antibiótico que le dan a Ted va disminuyendo un 50% cada día. Es decir, el segundo día a Ted le ponen una inyección de 10 mg de antibiótico, el tercer día le ponen 5 mg, y así sucesivamente.

(d) (i) Halle la cantidad de antibiótico (en mg) que le ponen a Ted el quinto día.

(ii) La cantidad diaria de antibiótico que le ponen a Ted será por primera vez inferior a 0,06 mg el  $k$ .º día. Halle el valor de  $k$ .

(iii) A partir de lo anterior, halle la cantidad total de antibiótico (en mg) que le habrán dado a Ted durante esos  $k$  primeros días.

[9]

## 5. [Puntuación máxima: 20]

Considere la función  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - x - 1$ .

- (a) Halle  $f(2)$ . [2]
- (b) Escriba el punto de corte con el eje  $y$  del gráfico de  $y = f(x)$ . [1]
- (c) Dibuje aproximadamente el gráfico de  $y = f(x)$  para  $-3 \leq x \leq 3$  y  $-4 \leq y \leq 12$ . [4]
- (d) Halle  $f'(x)$ . [3]
- (e) Halle la pendiente del gráfico de  $y = f(x)$  en  $x = 2$ . [2]
- (f) Halle la ecuación de la recta tangente al gráfico de  $y = f(x)$  en  $x = 2$ . Dé la ecuación de la forma  $ax + by + d = 0$  donde  $a$ ,  $b$  y  $d \in \mathbb{Z}$ . [2]

La función tiene un máximo local en  $x = p$  y un mínimo local en  $x = q$ .

- (g) Utilice la derivada de  $f(x)$  para hallar el valor de  $p$  y el valor de  $q$ . [3]
- (h) Determine el recorrido (imagen) de  $f(x)$  para  $p \leq x \leq q$ . [3]

## 6. [Puntuación máxima: 11]

Tommaso tiene previsto competir en una carrera ciclista regional cuando acabe el instituto, pero para eso necesita comprarse una bicicleta de carreras. Encuentra una bicicleta que cuesta 1100 euros (EUR). Tommaso tiene 950 EUR y decide invertir este dinero en una cuenta que paga al año un 5% de interés, **compuesto mensualmente**.

- (a) Determine la cantidad que tendrá en esta cuenta al cabo de 3 años. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

El costo ( $C$ ) de la bicicleta se puede modelizar mediante la expresión  $C = 20x + 1100$ , donde  $x$  es el número de años que han transcurrido desde que Tommaso decidió invertir su dinero.

- (b) Halle la diferencia entre el costo de la bicicleta y la cantidad de dinero que tiene Tommaso en la cuenta al cabo de 3 años. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales. [3]

Cuando hayan transcurrido  $m$  **meses** completos Tommaso tendrá en la cuenta, por primera vez, suficiente dinero para comprarse la bicicleta.

- (c) Halle el valor de  $m$ . [5]
-