22147308

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATHÉMATIQUES
NIVEAU MOYEN
ÉPREUVE 2

Numéro de session du candidat

Mercredi 14 mai 2014 (matin)

1 heure 30 minutes

Code de l'examen

2	2	1	4	–	7	3	0	8

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du *livret de formules pour le cours de* ***mathématiques NM*** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est *[90 points]*.

12 pages

Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fausse, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

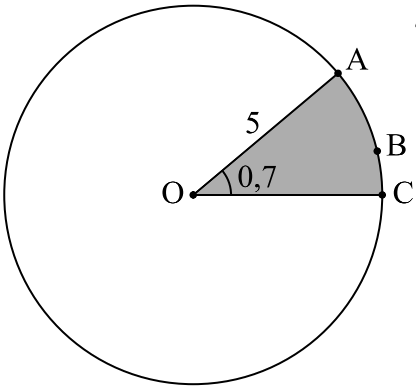
SECTION A

*Répondez à **toutes** les questions dans les cases prévus à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.*

1. *[Note maximale : 6]*

La figure suivante représente un cercle de centre O et de rayon 5 cm.

la figure n'est pas à l'échelle



Les points A, B et C sont sur la circonférence du cercle et $\text{A}\hat{\text{O}}\text{C} = 0,7$ radianes .

(a) (i) Trouvez la longueur de l'arc ABC.

(ii) Trouvez le périmètre du secteur grisé. *[4]*

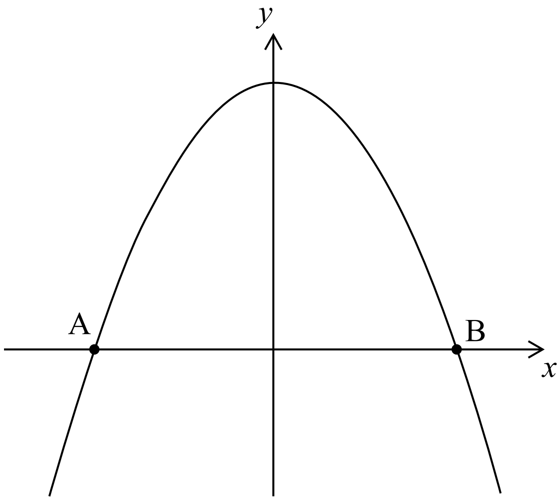
(b) Trouvez l'aire du secteur grisé. *[2]*

(Suite de la question à la page suivante)

(Suite de la question 1)

2. *[Note maximale : 6]*

Soit $f(x) = 5 - x^2$. Une partie de la représentation graphique de f est montrée par la figure suivante.



La courbe coupe l’axe des abscisses Ox aux points A et B.

(a) Trouvez l’abscisse x de A et celle de B. *[3]*

(b) La région délimitée par la courbe de f et l’axe des abscisses Ox subit une rotation de 360° autour de l’axe des abscisses Ox. Trouvez le volume du solide ainsi formé. *[3]*

3. *[Note maximale : 5]*

Le tableau suivant montre la quantité d'essence (y litres) consommée par une voiture pour parcourir une certaine distance (x km).

Distance (x km)	40	75	120	150	195
Quantité d'essence (y litres)	3,6	6,5	9,9	13,1	16,2

Ces données peuvent être modélisées par une droite de régression d'équation $y = ax + b$.

(a) (i) Écrivez la valeur de a et celle de b.

(ii) Expliquez ce que la pente a représente. *[3]*

(b) Utilisez ce modèle pour estimer la quantité d'essence que la voiture consommerait pour parcourir 110 km. *[2]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

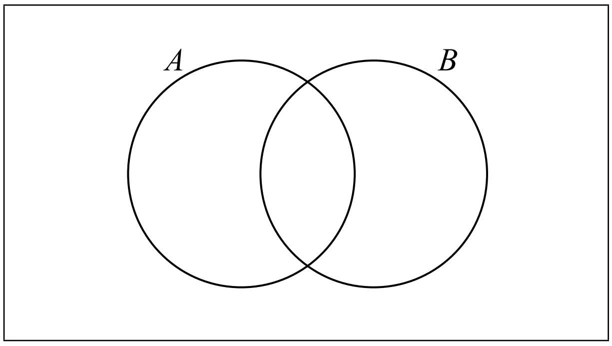
4. *[Note maximale : 7]*

Soit A et B des événements indépendants tels que $P(A) = 0,3$ et $P(B) = 0,6$.

(a) Trouvez $P(A \cap B)$. *[2]*

(b) Trouvez $P(A \cup B)$. *[2]*

(c) (i) Sur le diagramme de Venn suivant, grisez la région qui représente $A \cap B'$.



(ii) Trouvez $P(A \cap B')$. *[3]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. *[Note maximale : 7]*

Dans le triangle ABC, $AB = 6\text{ cm}$ et $AC = 8\text{ cm}$. L'aire du triangle est 16 cm^2.

(a) Trouvez les deux valeurs possibles de la mesure de $\hat{A}$. *[4]*

(b) Étant donné que $\hat{A}$ est obtus, trouvez BC. *[3]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

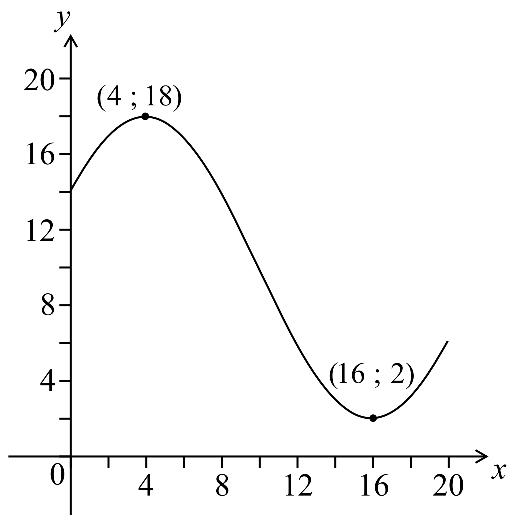
. . . .

. . . .

. . . .

6. *[Note maximale : 8]*

Soit $f(x) = p\cos(q(x+r)) + 10$, pour $0 \le x \le 20$. La figure suivante montre la représentation graphique de f.



La courbe a un maximum en $(4\ ;\ 18)$ et un minimum en $(16\ ;\ 2)$.

(a) Écrivez la valeur de r. *[2]*

(b) (i) Trouvez p.

(ii) Trouvez q. *[4]*

(c) Résolvez $f(x) = 7$. *[2]*

7. *[Note maximale : 7]*

Considérez le développement de $x^2\left(3x^2+\frac{k}{x}\right)^8$. Le terme constant est 16 128.

Trouvez k.

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.*

SECTION B

*Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.*

8. *[Note maximale : 15]*

Le nombre de bactéries dans deux colonies, A et B, commence à augmenter au même instant.

Le nombre de bactéries dans la colonie A après t heures est modélisé par la fonction $A(t) = 12\mathrm{e}^{0,4t}$.

(a) Trouvez le nombre initial de bactéries dans la colonie A. *[2]*

(b) Trouvez le nombre de bactéries dans la colonie A après quatre heures. *[3]*

(c) Combien de temps faut-il pour que le nombre de bactéries dans la colonie A atteigne 400 ? *[3]*

Le nombre de bactéries dans la colonie B après t heures est modélisé par la fonction $B(t) = 24\mathrm{e}^{kt}$.

(d) Après quatre heures, il y a 60 bactéries dans la colonie B. Trouvez la valeur de k. *[3]*

(e) Le nombre de bactéries dans la colonie A dépasse pour la première fois le nombre de bactéries dans la colonie B après n heures, où $n \in \mathbb{Z}$. Trouvez la valeur de n. *[4]*

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.*

9. *[Note maximale : 15]*

Une particule se déplace sur une ligne droite. Sa vitesse v, en $\mathrm{m\,s^{-1}}$, à l'instant t secondes, est donnée par

$$v = (t^2 - 4)^3 \text{, pour } 0 \le t \le 3 .$$

(a) Trouvez la vitesse de la particule lorsque $t = 1$. *[2]*

(b) Trouvez la valeur de t pour laquelle la particule est au repos. *[3]*

(c) Trouvez la distance totale parcourue par la particule pendant les trois premières secondes. *[3]*

(d) Montrez que l'accélération de la particule est donnée par $a = 6t(t^2 - 4)^2$. *[3]*

(e) Trouvez toutes les valeurs possibles de t pour lesquelles la vitesse et l'accélération sont toutes les deux positives ou toutes les deux négatives. *[4]*

*N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.*

10. *[Note maximale : 14]*

Une forêt a un grand nombre d'arbres très hauts. Les hauteurs de ces arbres sont normalement distribuées avec une moyenne de 53 mètres et un écart type de 8 mètres. Les arbres sont classés comme des arbres géants s'ils font plus de 60 mètres de hauteur.

(a) Un arbre est choisi au hasard dans la forêt.

(i) Trouvez la probabilité que cette arbre soit géant.

(ii) Étant donné que cet arbre est géant, trouvez la probabilité que sa hauteur soit supérieure à 70 mètres. *[6]*

(b) Deux arbres sont choisis au hasard. Trouvez la probabilité qu'ils soient tous les deux géants. *[2]*

(c) On choisit au hasard 100 arbres.

(i) Trouvez le nombre espéré de ces arbres qui sont géants.

(ii) Trouvez la probabilité qu'au moins 25 de ces arbres soient géants. *[6]*