M14/5/MATME/SP2/SPA/TZ0/XX

22147310

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 2

Número de convocatoria del alumno

Miércoles 14 de mayo de 2014 (mañana)

1 hora 30 minutos

Código del examen

2	2	1	4	–	7	3	1	0

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de fórmulas de* ***Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

12 páginas

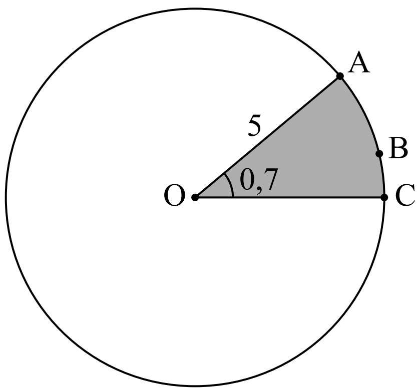
No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

Conteste ***todas*** *las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 6]*

La siguiente figura muestra un círculo de centro O y radio 5 cm.



la figura no está dibujada a escala

Los puntos A, B y C pertenecen a la circunferencia, y $\mathrm{A\hat{O}C} = 0{,}7$ radianes .

(a) (i) Halle la longitud del arco ABC.

(ii) Halle el perímetro del sector circular sombreado. *[4]*

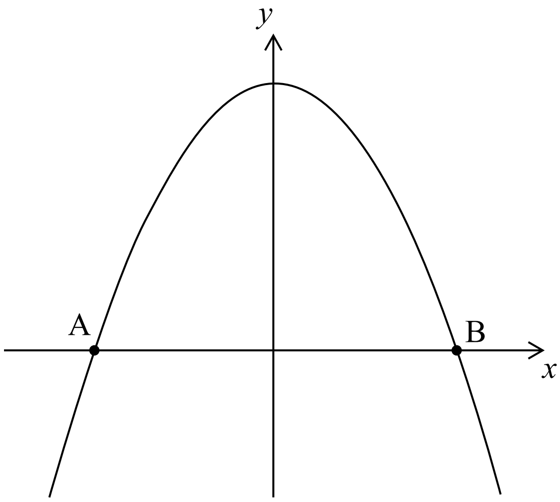
(b) Halle el área del sector circular sombreado. *[2]*

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

2. *[Puntuación máxima: 6]*

Sea $f(x) = 5 - x^2$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f.



El gráfico corta al eje x en los puntos A y B.

(a) Halle la coordenada x de A y de B. *[3]*

(b) La región delimitada por el gráfico de f y el eje x se rota 360° alrededor del eje x. Halle el volumen del sólido de revolución generado. *[3]*

3. *[Puntuación máxima: 5]*

La siguiente tabla muestra la cantidad de combustible (y litros) que consume un coche para recorrer determinadas distancias (x km).

Distancia (x km)	40	75	120	150	195
Cantidad de combustible (y litros)	3,6	6,5	9,9	13,1	16,2

Se puede elaborar un modelo para estos datos mediante la recta de regresión cuya ecuación es $y = ax + b$.

(a) (i) Escriba el valor de a y el de b.

(ii) Explique qué representa la pendiente a. *[3]*

(b) Utilice el modelo para estimar la cantidad de combustible que consumiría el coche si se condujera durante 110 km. *[2]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

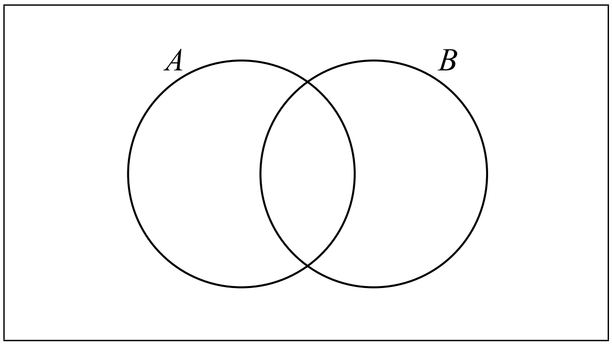
4. *[Puntuación máxima: 7]*

Sean A y B sucesos independientes, donde $\mathrm{P}(A) = 0{,}3$ y $\mathrm{P}(B) = 0{,}6$.

(a) Halle $\mathrm{P}(A \cap B)$. *[2]*

(b) Halle $\mathrm{P}(A \cup B)$. *[2]*

(c) (i) En el siguiente diagrama de Venn, sombree la región que representa $A \cap B'$.



(ii) Halle $\mathrm{P}(A \cap B')$. *[3]*

5. *[Puntuación máxima: 7]*

En el triángulo ABC, $\text{AB} = 6\,\text{cm}$ y $\text{AC} = 8\,\text{cm}$. El área del triángulo es igual a $16\,\text{cm}^2$.

(a) Halle los dos posibles valores de $\hat{A}$. *[4]*

(b) Sabiendo que $\hat{A}$ es obtuso, halle BC. *[3]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

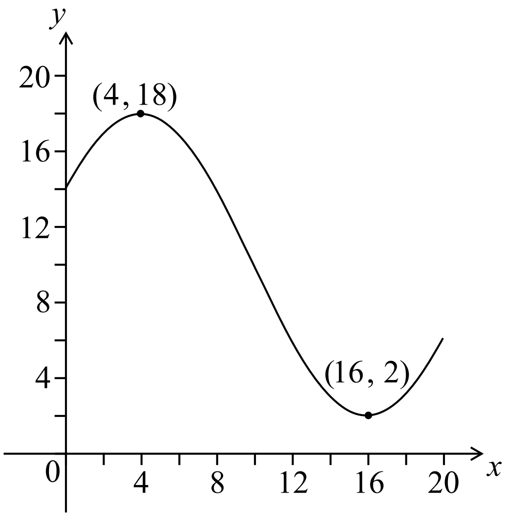
. . . .

. . . .

. . . .

6. *[Puntuación máxima: 8]*

Sea $f(x) = p\cos(q(x+r)) + 10$, para $0 \le x \le 20$. La siguiente figura muestra el gráfico de f.



El gráfico tiene un máximo en $(4, 18)$ y un mínimo en $(16, 2)$.

(a) Escriba el valor de r. *[2]*

(b) (i) Halle p.

(ii) Halle q. *[4]*

(c) Resuelva $f(x) = 7$. *[2]*

7. *[Puntuación máxima: 7]*

Considere el desarrollo de $x^2\left(3x^2+\frac{k}{x}\right)^8$. El término constante es 16 128.

Halle k.

***NO** escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

*Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

8. *[Puntuación máxima: 15]*

El número de bacterias presentes en dos colonias, A y B, empieza a aumentar al mismo tiempo.

El número de bacterias en la colonia A al cabo de t horas viene dado por la función $A(t) = 12e^{0,4t}$.

(a) Halle el número inicial de bacterias en la colonia A. *[2]*

(b) Halle el número de bacterias en la colonia A al cabo de cuatro horas. *[3]*

(c) ¿Cuánto tiempo ha de transcurrir para que el número de bacterias en la colonia A llegue a 400? *[3]*

El número de bacterias en la colonia B al cabo de t horas viene dado por la función $B(t) = 24e^{kt}$.

(d) Al cabo de cuatro horas, hay 60 bacterias en la colonia B. Halle el valor de k. *[3]*

(e) El número de bacterias en la colonia A supera por primera vez al número de bacterias en la colonia B cuando han transcurrido n horas, donde $n \in \mathbb{Z}$. Halle el valor de n. *[4]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 15]*

Una partícula se mueve en línea recta. Su velocidad, $v\,\text{ms}^{-1}$, en el instante t segundos, viene dada por

$$v = (t^2 - 4)^3 \text{, para } 0 \le t \le 3 .$$

(a) Halle la velocidad de la partícula para $t = 1$. *[2]*

(b) Halle el valor de t en el que la partícula se encuentra en reposo. *[3]*

(c) Halle la distancia total que recorre la partícula en los primeros tres segundos. *[3]*

(d) Muestre que la aceleración de la partícula viene dada por $a = 6t(t^2 - 4)^2$. *[3]*

(e) Halle todos los posibles valores de t para los cuales la velocidad y la aceleración son ambas positivas o ambas negativas. *[4]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

10. *[Puntuación máxima: 14]*

Un bosque tiene un gran número de árboles altos. Las alturas de los árboles siguen una distribución normal, de media 53 metros y desviación típica 8 metros. Los árboles se catalogan como árboles gigantes si miden más de 60 metros de altura.

(a) Se elige al azar un árbol de este bosque.

(i) Halle la probabilidad de que este árbol sea gigante.

(ii) Sabiendo que este árbol es gigante, halle la probabilidad de que mida más de 70 metros. *[6]*

(b) Se eligen dos árboles al azar. Halle la probabilidad de que ambos sean gigantes. *[2]*

(c) Se eligen 100 árboles al azar.

(i) Halle el número esperado de árboles gigantes que habrá en este grupo.

(ii) Halle la probabilidad de que en este grupo haya al menos 25 árboles gigantes. *[6]*