



**MÉTODOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Viernes 9 de noviembre de 2001 (tarde)

1 hora

Nombre

--

Número

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

---

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su nombre, apellido(s) y número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- A menos que se especifique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deben expresarse en forma exacta, o con tres cifras significativas, según sea más apropiado.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en la casilla de abajo (p.ej., Casio *fx-9750G*, Sharp EL-9600, Texas Instruments TI-85).

Calculadora

Marca	Modelo

---

EXAMINADOR	LÍDER DE EQUIPO	IBCA
TOTAL /60	TOTAL /60	TOTAL /60

Se otorgará la puntuación máxima a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario se puede utilizar para sus cálculos el espacio debajo de la casilla. Cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. La gráfica de  $y = x^2$  corta a la gráfica de  $y = 3 - 2x$  en el punto (1, 1) y en otro punto. Halle las coordenadas del otro punto.

*Operaciones:*

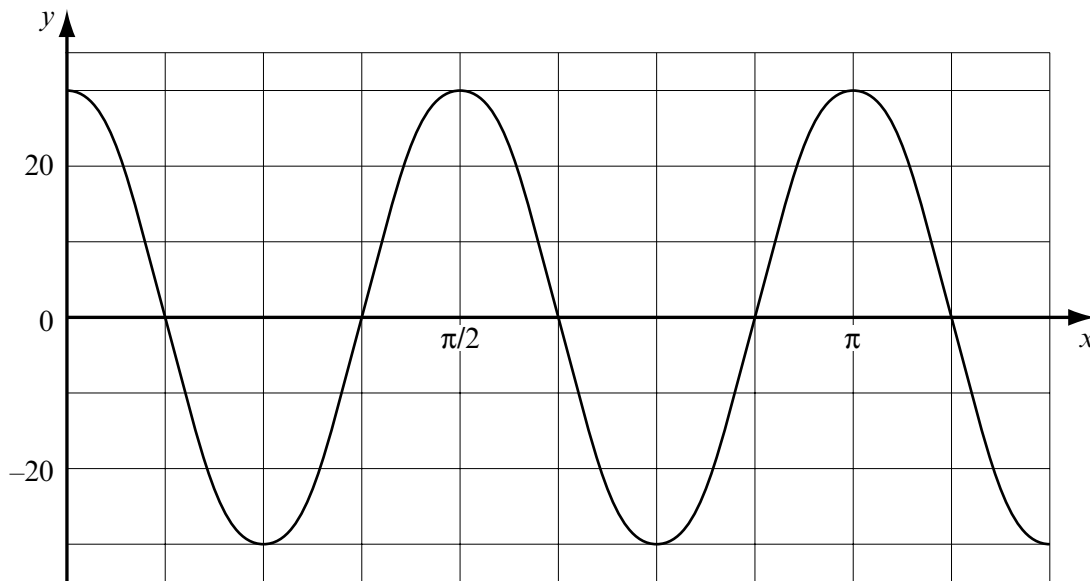
*Respuesta:*

2. Invertimos una cantidad de 5 000\$ a interés compuesto de tasa 6,5% anual. Aproximando al dólar, ¿cuál será el valor total de la inversión pasados cinco años?

*Operaciones:*

*Respuesta:*

3. En el siguiente diagrama nos dan la gráfica de una función de la forma  $y = a \cos bx$ .  
(Adviértase que el ángulo está expresado en radianes.)



Determine los valores de  $a$  y  $b$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

---



---

4. Un teatro tiene 20 filas de butacas. En la primera fila hay 15 butacas, en la segunda fila hay 17 butacas, y cada fila sucesiva tiene dos butacas más que la fila anterior.
- (a) ¿Cuántas butacas hay en la 20ª fila?
- (b) ¿Cuántas butacas hay en total?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

5. En tiras de papel distintas escribimos cada número de dos cifras entre 10 y 99 (incluyendo 10 y 99). Se doblan las tiras de papel y se colocan en una caja. Después de agitar la caja, elegimos al azar una tira. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la tira sea
- (a) un múltiplo de 10 ?
- (b) un múltiplo de 10 o un múltiplo de 15 ?

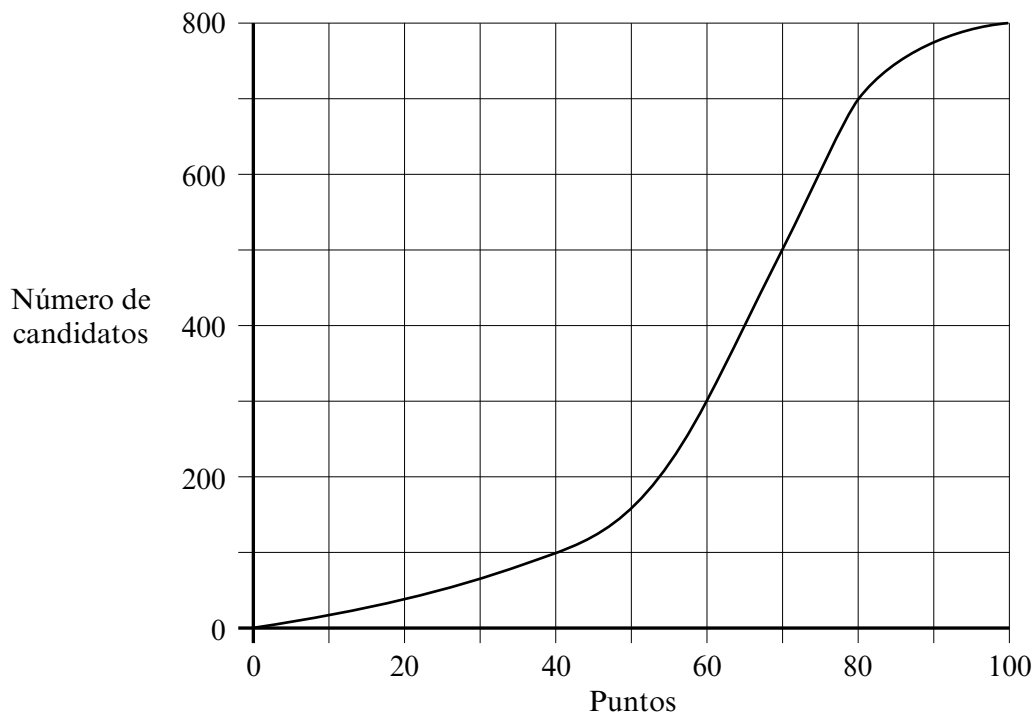
*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

6. 800 estudiantes responden a una prueba que se califica sobre 100 puntos. En la siguiente figura se da la gráfica de frecuencias acumuladas de los resultados de la prueba.



- (a) ¿Cuántos estudiantes obtuvieron 40 puntos o menos en la prueba?
- (b) El 50% central de los resultados de la prueba se sitúa entre las puntuaciones  $a$  y  $b$ , siendo  $a < b$ . Escriba los valores de  $a$  y  $b$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

7. La función  $f$  viene dada por  $f(x) = 2 \sin(5x - 3)$ , con  $x$  expresada en radianes. Halle
- (a)  $f'(x)$ ;
- (b)  $\int f(x)dx$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

8. La velocidad  $v$  en  $\text{m s}^{-1}$  de un cuerpo en movimiento en el tiempo  $t$  segundos viene dada por
- $$v = 50 - 10t.$$
- (a) Halle el valor de su aceleración en  $\text{m s}^{-2}$ .
- (b) La velocidad puede también expresarse como  $v = \frac{ds}{dt}$ , siendo  $s$  el desplazamiento en metros. Dado que  $s = 40$  cuando  $t = 0$ , halle una expresión de  $s$  en función de  $t$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

9. Las funciones  $f$  y  $g$  se definen como

$$f: x \mapsto 3x, \quad g: x \mapsto x + 2.$$

(a) Dé una expresión para  $f \circ g$ .

(b) Halle  $f^{-1}(18) + g^{-1}(18)$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

10. La función  $f$  se define como  $f: x \mapsto \frac{3}{\sqrt{9-x^2}}$ .
- (a) Determine el dominio de  $f$ .
- (b) Determine el recorrido de  $f$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

11. Un triángulo tiene por vértices  $A(-1, 3)$ ,  $B(3, 6)$  y  $C(-4, 4)$ .
- (a) Calcule  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ .
- (b) Halle el **coseno** del ángulo  $A$  del triángulo.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



12. El número  $N$  de átomos radioactivos de cierto material presentes en el tiempo  $t$  años puede escribirse en la forma

$$N = 5000 e^{-kt},$$

siendo 5000 el número de átomos presentes cuando  $t = 0$ , y  $k$  una constante positiva. Se sabe que  $N = 2500$  cuando  $t = 5$  años.

- (a) Determine el valor de  $k$ .
- (b) ¿Para qué valor de  $t$  será  $N = 50$ ?

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_

13. La función cuadrática  $f$  se define como  $f: x \mapsto 3x^2 - 12x + 11$ .

También puede definirse en la forma  $f: x \mapsto 3(x - h)^2 + k$ .

(a) Halle los valores de  $h$  y  $k$ .

(b) La gráfica de  $f$  se traslada 3 unidades en la dirección  $x$  y 5 unidades en la dirección  $y$ . La gráfica trasladada la describe la ecuación  $g: x \mapsto 3(x - p)^2 + q$ . Halle los valores de  $p$  y  $q$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

14. La población  $P$  es el conjunto de números  $\{-3, 3, a, b\}$ , y tiene una media de 0 y una desviación típica de  $\sqrt{17}$ . Supuesto que  $b > a$ , determine los valores de  $a$  y  $b$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

15. En uno de los términos del desarrollo de  $(x^3 - 3y^2)^5$ , los exponentes de  $x$  y de  $y$  son idénticos. Halle este término, dando su respuesta en la forma más simplificada posible.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

---

