

88057309

**MÉTODOS MATEMÁTICOS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Jueves 3 de noviembre de 2005 (tarde)

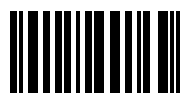
Número de convocatoria del alumno

1 hora

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, puede utilizar para sus cálculos el espacio que queda debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta.

1. En el triángulo PQR, PQ mide 10 cm, QR mide 8 cm y el ángulo PQR es agudo. El área del triángulo es  $20 \text{ cm}^2$ . Halle la medida del ángulo PQR.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

2. En una clase hay 13 chicas y 11 chicos. La profesora selecciona al azar cuatro estudiantes. Determine la probabilidad de que los cuatro estudiantes seleccionados sean chicas.

*Operaciones:*

*Respuesta:*



3. Sabiendo que  $(3 + \sqrt{7})^3 = p + q\sqrt{7}$  donde  $p$  y  $q$  son enteros, halle

(a)  $p$ ;

(b)  $q$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



4. La siguiente tabla muestra las calificaciones en Matemáticas de un grupo de estudiantes.

Calificación	1	2	3	4	5	6	7
Frecuencia	0	4	6	$k$	8	6	6

La calificación media es 4,6 .

- (a) Halle el valor de  $k$ .
- (b) Escriba la moda.

*Operaciones:*

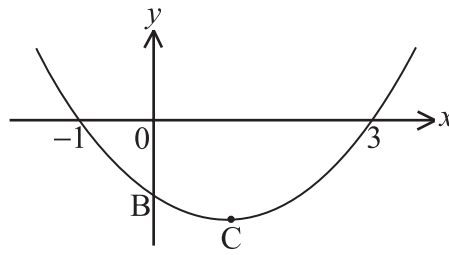
*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_



5. A continuación se muestra una parte de la gráfica de  $f(x) = (x - p)(x - q)$ .



El vértice está en C. La gráfica corta al eje y en B.

- (a) Escriba el valor de  $p$  y de  $q$ .
- (b) Halle las coordenadas de C.
- (c) Escriba la ordenada,  $y$ , de B.

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



6. Considere las funciones  $f(x) = 2x$  y  $g(x) = \frac{1}{x-3}$ ,  $x \neq 3$ .
- (a) Calcule  $(f \circ g)(4)$ .
- (b) Halle  $g^{-1}(x)$ .
- (c) Escriba el dominio de  $g^{-1}$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a)

(b)

(c)

7. El primer término de una sucesión geométrica infinita es 18 y el tercer término es 8. Hay dos sucesiones posibles. Halle la suma de cada sucesión.

*Operaciones:*

*Respuestas:*



8. Sabiendo que  $\int_3^k \frac{1}{x-2} dx = \ln 7$ , halle el valor de  $k$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*



9. Una máquina fue comprada por \$ 10 000. Su valor  $V$  después de  $t$  años, está dado por  $V = 10\,000e^{-0.3t}$ . Al finalizar el año en el cual su valor llegue a menos de \$ 1500, la máquina deberá ser reemplazada. Determine en cuántos años será necesario reemplazar la máquina.

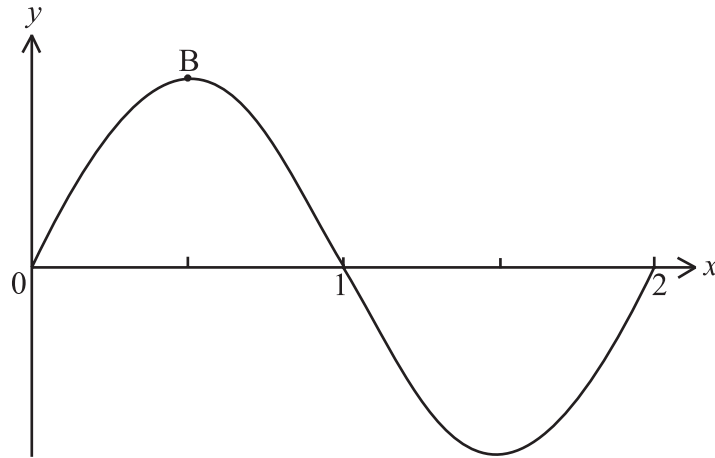
*Operaciones:*

*Respuesta:*





10. Sea  $f(x) = 6\sin\pi x$ , y  $g(x) = 6e^{-x} - 3$ , para  $0 \leq x \leq 2$ . La gráfica de  $f$  se muestra en el diagrama que se da a continuación. Hay un valor máximo en  $B(0,5, b)$ .



- (a) Escriba el valor de  $b$ .
- (b) En el mismo diagrama, dibuje aproximadamente la gráfica de  $g$ .
- (c) Resuelva  $f(x) = g(x)$ , para  $0,5 \leq x \leq 1,5$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_



11. Sea  $f(x) = (2x+7)^3$  y  $g(x) = \cos^2(4x)$ . Halle

(a)  $f'(x)$ ;

(b)  $g'(x)$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

12. Los sucesos  $A$  y  $B$  son independientes tales que  $P(B) = 3P(A)$  y  $P(A \cup B) = 0,68$ . Halle  $P(B)$ .

*Operaciones:*

*Respuesta:*



13. Un bote B se mueve con velocidad constante a lo largo de una línea recta. Su vector velocidad viene dado por  $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ .
- En el tiempo  $t = 0$  está en el punto  $(-2, 1)$ .
- (a) Halle el módulo de  $\mathbf{v}$ .
- (b) Halle las coordenadas de B cuando  $t = 2$ .
- (c) Escriba la ecuación vectorial que representa la posición de B, dando su respuesta en la forma  $\mathbf{r} = \mathbf{a} + t\mathbf{b}$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

- (a) \_\_\_\_\_
- (b) \_\_\_\_\_
- (c) \_\_\_\_\_



14. Considere la ecuación  $3 \cos 2x + \sin x = 1$ .

- (a) Escriba esta ecuación en la forma  $f(x) = 0$ , donde  $f(x) = p \sin^2 x + q \sin x + r$ , con  $p, q, r \in \mathbb{Z}$ .
- (b) Factorice  $f(x)$ .
- (c) Escriba el número de soluciones de  $f(x) = 0$ , para  $0 \leq x < 2\pi$ .

*Operaciones:*

*Respuestas:*

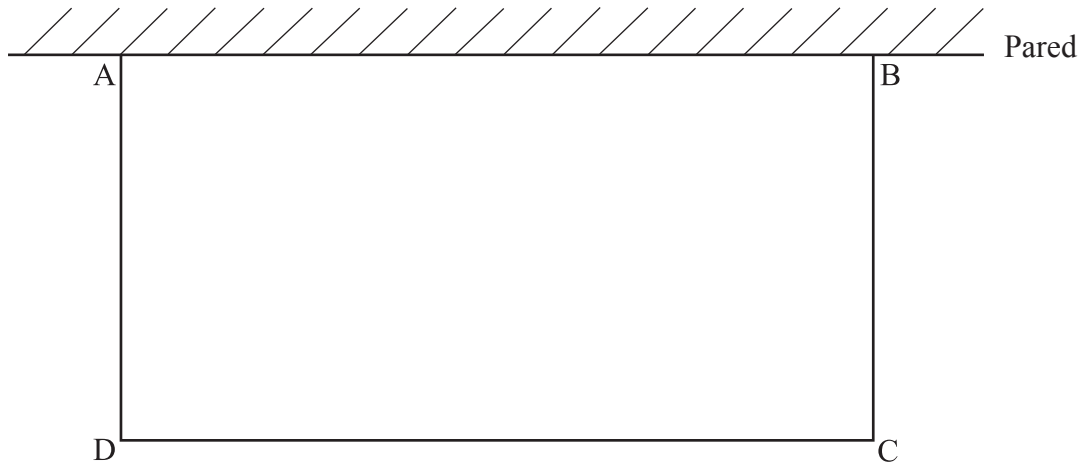
(a) \_\_\_\_\_

(b) \_\_\_\_\_

(c) \_\_\_\_\_



15. El diagrama siguiente muestra una zona rectangular ABCD cercada por una valla de 60 m en tres de sus lados y por una pared AB en el cuarto lado.



Halle el ancho del rectángulo que proporciona su área máxima.

*Operaciones:*

*Respuesta:*

