



22067210

**MATHÉMATIQUES**  
**NIVEAU SUPÉRIEUR**  
**ÉPREUVE 1**

Mercredi 3 mai 2006 (après-midi)

Numéro de session du candidat

2 heures

0	0								
---	---	--	--	--	--	--	--	--	--

**INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS**

- Écrivez votre numéro de session dans la case ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Répondez à toutes les questions dans les espaces prévus à cet effet.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.



*Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. En particulier, les solutions obtenues à l'aide d'une calculatrice à écran graphique doivent être accompagnées d'un raisonnement adéquat. Par exemple, si des représentations graphiques sont utilisées pour trouver la solution, veuillez inclure une esquisse de ces représentations graphiques dans votre réponse. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.*

1. Dans une suite arithmétique le deuxième terme est 7 et la somme des cinq premiers termes est 50. Trouvez la raison de cette suite arithmétique.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. Soit  $z_1 = r \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$  et  $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$ .

(a) Donnez  $z_2$  sous la forme module et argument.

(b) Trouvez la valeur de  $r$  si  $|z_1 z_2^3| = 2$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





5. Le polynôme  $P(x) = 2x^3 + ax^2 - 4x + b$  est divisible par  $(x-1)$  et par  $(x+3)$ . Trouvez les valeurs de  $a$  et de  $b$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

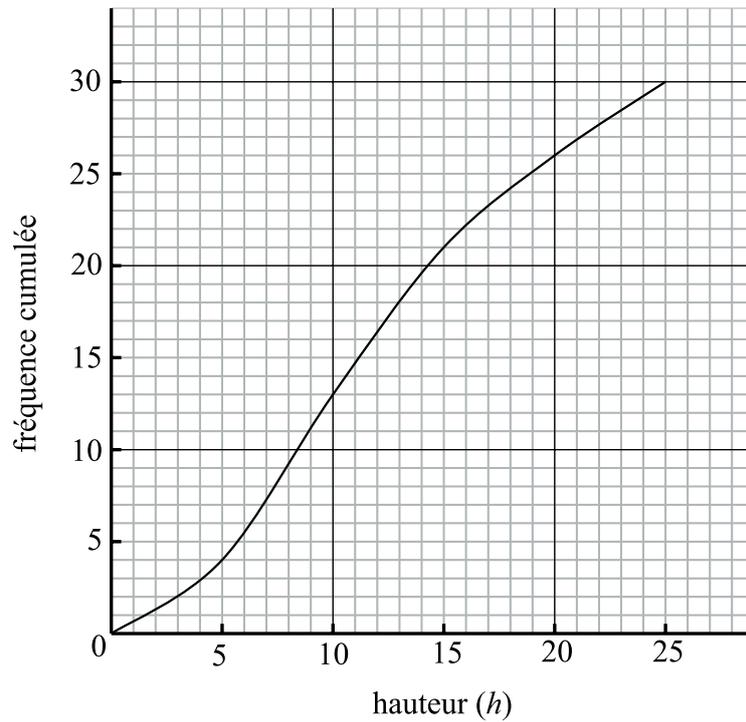
.....

.....

.....



6. La fréquence cumulée des hauteurs de 30 plantes exprimées en centimètres est représentée sur la figure suivante.



- (a) Utilisez la figure pour estimer la hauteur médiane.

.....

.....

- (b) Complétez le tableau de fréquence suivant.

Hauteur ( $h$ )	Fréquence
$0 \leq h < 5$	4
$5 \leq h < 10$	9
$10 \leq h < 15$	
$15 \leq h < 20$	
$20 \leq h < 25$	

- (c) À partir de là estimez la hauteur moyenne.

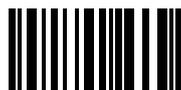
.....

.....

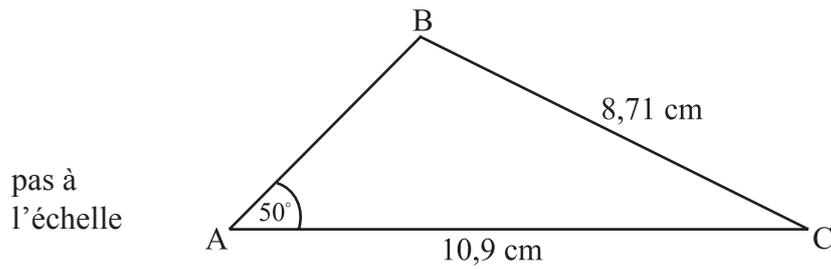
.....

.....

.....



7. Dans le triangle **obtusangle** ABC,  $AC = 10,9$  cm,  $BC = 8,71$  cm et  $\hat{BAC} = 50^\circ$ .



Trouvez l'aire du triangle ABC.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....





10. Soit  $f(x) = 2^{0,5x}$  et  $g(x) = 3^{-0,5x} + \frac{5}{3}$ . Soit  $R$  la région limitée complètement par les représentations graphiques de  $f$  et  $g$ , et l'axe des ordonnées. Trouvez l'aire de  $R$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....





13. Soit  $A$  et  $B$  deux événements tels que  $P(A) = \frac{1}{5}$ ,  $P(B|A) = \frac{1}{4}$  et  $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$ .

- (a) Trouvez  $P(A \cap B)$ .
- (b) Trouvez  $P(B)$ .
- (c) Montrez que  $A$  et  $B$  **ne** sont **pas** indépendants.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



14. Soit  $f(x) = \cos^3(4x+1)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

(a) Trouvez  $f'(x)$ .

(b) Trouvez les valeurs **exactes** des trois solutions de  $f'(x) = 0$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....







17. Soit  $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ k & -1 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} h & 3 \\ -3 & 7 \end{pmatrix}$ , où  $h$  et  $k$  sont des entiers. Sachant que  $\det A = \det B$  et que  $\det AB = 256h$ ,

(a) montrez que  $h$  vérifie l'équation  $49h^2 - 130h + 81 = 0$  ;

(b) à partir de là trouvez la valeur de  $k$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



18. Étant donné que  $3^{x+y} = x^3 + 3y$ , trouvez  $\frac{dy}{dx}$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

19. Il y a une rangée de 10 sièges dans une salle d'attente. Il y a six personnes dans la salle.

- (a) De combien de façons différentes peuvent-elles s'asseoir ?
- (b) Dans ce groupe de six personnes, il y a trois sœurs qui doivent être assises les unes à côté des autres. De combien de façons différentes le groupe peut-il être assis ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

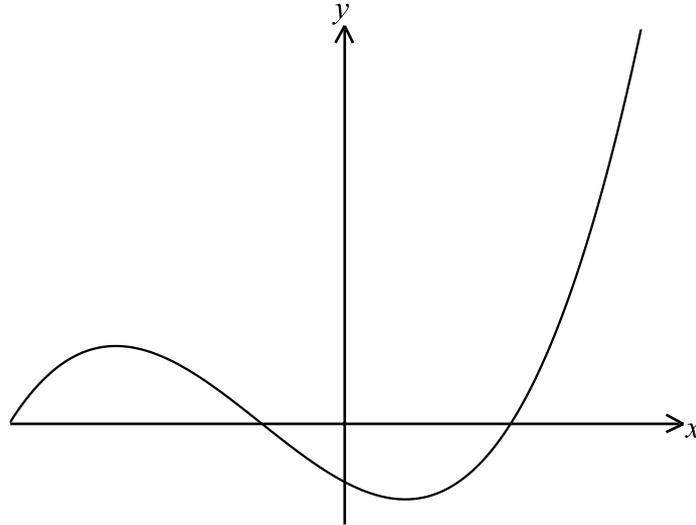
.....

.....



20. Chacune des figures suivantes montre la représentation graphique d'une fonction  $f$ .  
Esquissez dans le même repère la représentation graphique de :

(a)  $|f(-x)|$ ;



(b)  $\frac{1}{f(x)}$ .

