N14/5/MATME/SP1/SPA/TZ0/XX

88147309

International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATEMÁTICAS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Número de convocatoria del alumno

Miércoles 12 de noviembre de 2014 (tarde)

1 hora 30 minutos

Código del examen

8	8	1	4	–	7	3	0	9

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de fórmulas de **Matemáticas NM*** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es *[90 puntos]*.

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

SECCIÓN A

*Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.*

1. *[Puntuación máxima: 7]*

Sea $f(x) = x^2 + x - 6$.

(a) Escriba la intersección con el eje y del gráfico de f. *[1]*

(b) Resuelva $f(x) = 0$. *[3]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

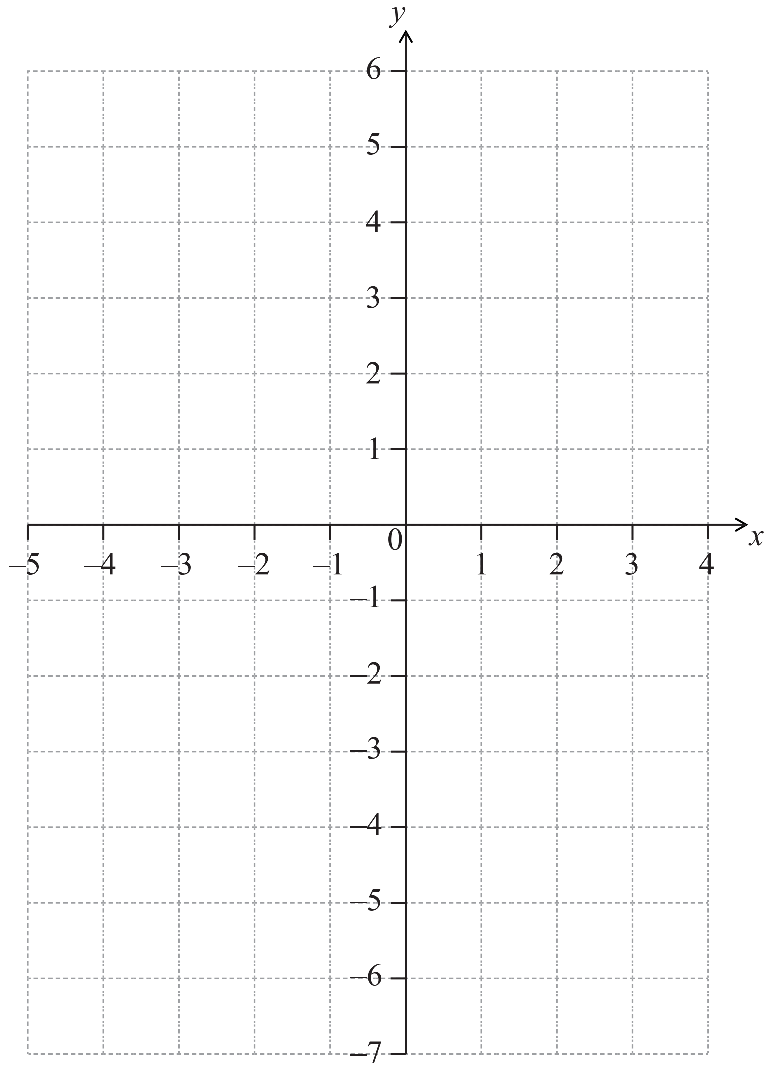
. . . .

. . . .

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 1: continuación)

(c) En la siguiente cuadrícula, dibuje aproximadamente el gráfico de f, para $-4 \le x \le 3$. *[3]*



2. *[Puntuación máxima: 6]*

En una progresión aritmética, el primer término es 2 y el segundo término es 5.

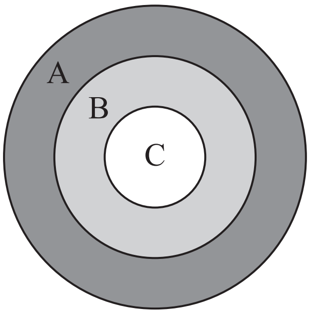
(a) Halle la diferencia. *[2]*

(b) Halle el octavo término. *[2]*

(c) Halle la suma de los ocho primeros términos de la progresión. *[2]*

3. *[Puntuación máxima: 7]*

La siguiente figura muestra un tablero que está dividido en tres regiones, A, B y C.



Un juego consiste en que un jugador lanza un dardo al tablero. La siguiente tabla muestra la probabilidad de que el dardo dé en cada una de las regiones.

Región	A	B	C
Probabilidad	$\frac{5}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{1}{20}$

(a) Halle la probabilidad de que el dardo **no** dé en el tablero. *[3]*

El jugador va ganando puntos, tal y como se muestra en la siguiente tabla.

Región	A	B	C	No da en el tablero
Puntos	0	q	10	−3

(b) Sabiendo que el juego es justo, halle el valor de q. *[4]*

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

4. *[Puntuación máxima: 6]*

(a) Escriba la expresión $3\ln 2 - \ln 4$ de la forma $\ln k$, donde $k \in \mathbb{Z}$. *[3]*

(b) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, resuelva $3\ln 2 - \ln 4 = -\ln x$. *[3]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

5. *[Puntuación máxima: 6]*

Sea $f(x) = p + \dfrac{9}{x-q}$, para $x \neq q$. La recta $x = 3$ es una asíntota vertical al gráfico de f.

(a) Escriba el valor de q. *[1]*

El gráfico de f tiene una intersección con el eje y en $(0, 4)$.

(b) Halle el valor de p. *[4]*

(c) Escriba la ecuación de la asíntota horizontal del gráfico de f. *[1]*

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

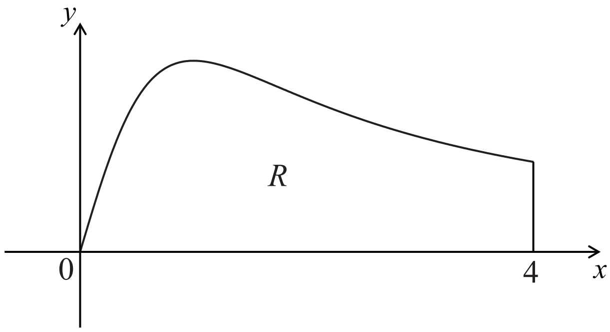
. . . .

. . . .

. . . .

6. *[Puntuación máxima: 6]*

La siguente figura muestra el gráfico de $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$, para $0 \le x \le 4$, y la recta $x = 4$.



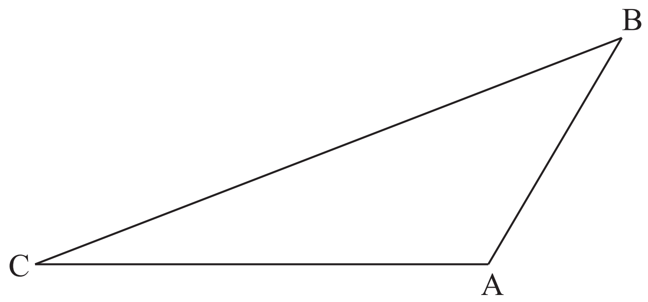
Sea R la región delimitada por el gráfico de f, el eje x y la recta $x = 4$.

Halle el área de R.

7. *[Puntuación máxima: 6]*

La siguiente figura muestra el triángulo ABC.

la figura no está dibujada a escala



Sean $\overrightarrow{\mathrm{AB}} \bullet \overrightarrow{\mathrm{AC}} = -5\sqrt{3}$ y $\left|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right| = 10$. Halle el área del triángulo ABC.

***NO** escriba soluciones en esta página.*

SECCIÓN B

*Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.*

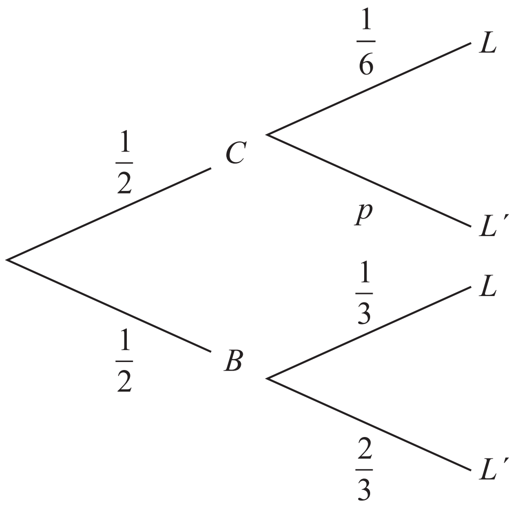
8. *[Puntuación máxima: 15]*

Adam va al colegio en coche (C) o en bicicleta (B). Cada día, existe la misma probabilidad de que vaya en coche que de que vaya en bicicleta.

La probabilidad de que llegue tarde (L) al colegio es igual a $\frac{1}{6}$ si va en coche.

La probabilidad de que llegue tarde al colegio es igual a $\frac{1}{3}$ si va en bicicleta.

Esta información aparece representada en el siguiente diagrama de árbol.



(a) Halle el valor de p. *[2]*

(b) Halle la probabilidad de que Adam viaje en coche y llegue tarde al colegio. *[2]*

(c) Halle la probabilidad de que Adam llegue tarde al colegio. *[4]*

(d) Sabiendo que Adam ha llegado tarde al colegio, halle la probabilidad de que haya viajado en coche. *[3]*

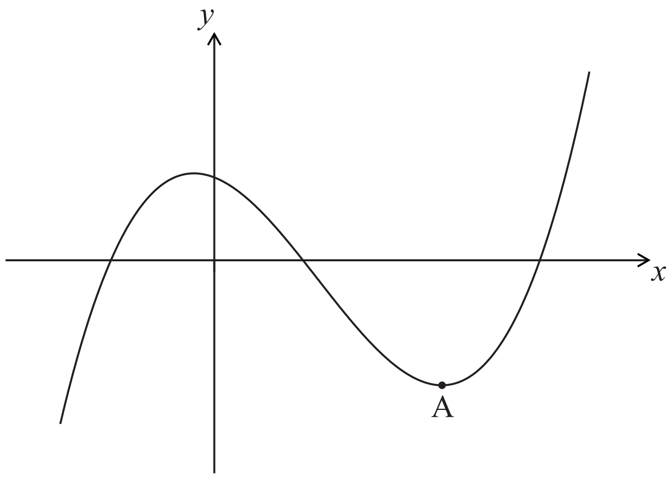
La semana próxima Adam irá tres veces al colegio.

(e) Halle la probabilidad de que Adam llegue tarde exactamente una vez. *[4]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

9. *[Puntuación máxima: 14]*

La siguiente figura muestra el gráfico de la función f. Hay un punto mínimo local en A, donde $x > 0$.



La derivada de f viene dada por $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$.

(a) Halle la coordenada x de A. *[5]*

(b) La intersección del gráfico con el eje y está en $(0, 6)$. Halle una expresión para $f(x)$. *[6]*

El gráfico de una función g se obtiene realizando una simetría del gráfico de f respecto al eje y, seguida de una traslación por el vector $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix}$.

(c) Halle la coordenada x del punto mínimo local del gráfico de g. *[3]*

***NO** escriba soluciones en esta página.*

10. *[Puntuación máxima: 17]*

Sea L_x una familia de rectas cuya ecuación viene dada por $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ \dfrac{2}{x} \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} x^2 \\ -2 \end{pmatrix}$, donde $x > 0$.

(a) Escriba la ecuación de L_1. *[2]*

Una recta L_a corta al eje y en un punto P.

(b) Muestre que P tiene por coordenadas $\left(0, \dfrac{4}{a}\right)$. *[6]*

La recta L_a corta al eje x en $\mathrm{Q}(2a, 0)$. Sea $d = \mathrm{PQ}^2$.

(c) Muestre que $d = 4a^2 + \dfrac{16}{a^2}$. *[2]*

(d) Existe un valor mínimo para d. Halle el valor de a que da este valor mínimo. *[7]*