

M14/5/MATME/SP1/SPA/TZ0/XX



22147309



International Baccalaureate®  
Baccalauréat International  
Bachillerato Internacional

**MATEMÁTICAS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 1**

Número de convocatoria del alumno

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Martes 13 de mayo de 2014 (tarde)

Código del examen

1 hora 30 minutos

2	2	1	4	-	7	3	0	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas en las casillas provistas.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del *cuadernillo de fórmulas de Matemáticas NM* para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es [90 puntos].



16EP01

**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



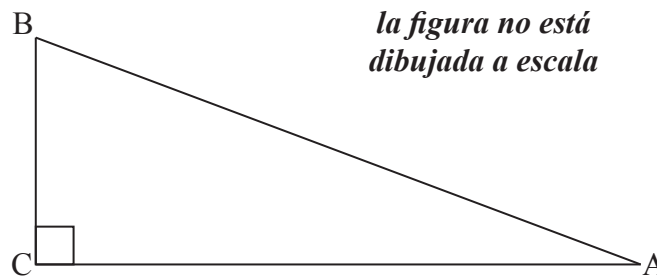
No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

### SECCIÓN A

Conteste **todas** las preguntas en las casillas provistas. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

La siguiente figura muestra un triángulo rectángulo, ABC, donde  $\text{sen } A = \frac{5}{13}$ .



(a) Muestre que  $\cos A = \frac{12}{13}$ . [2]

(b) Halle  $\cos 2A$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## 2. [Puntuación máxima: 7]

Halle el valor de cada una de las siguientes expresiones, como número entero.

(a)  $\log_6 36$  [2]

(b)  $\log_6 4 + \log_6 9$  [2]

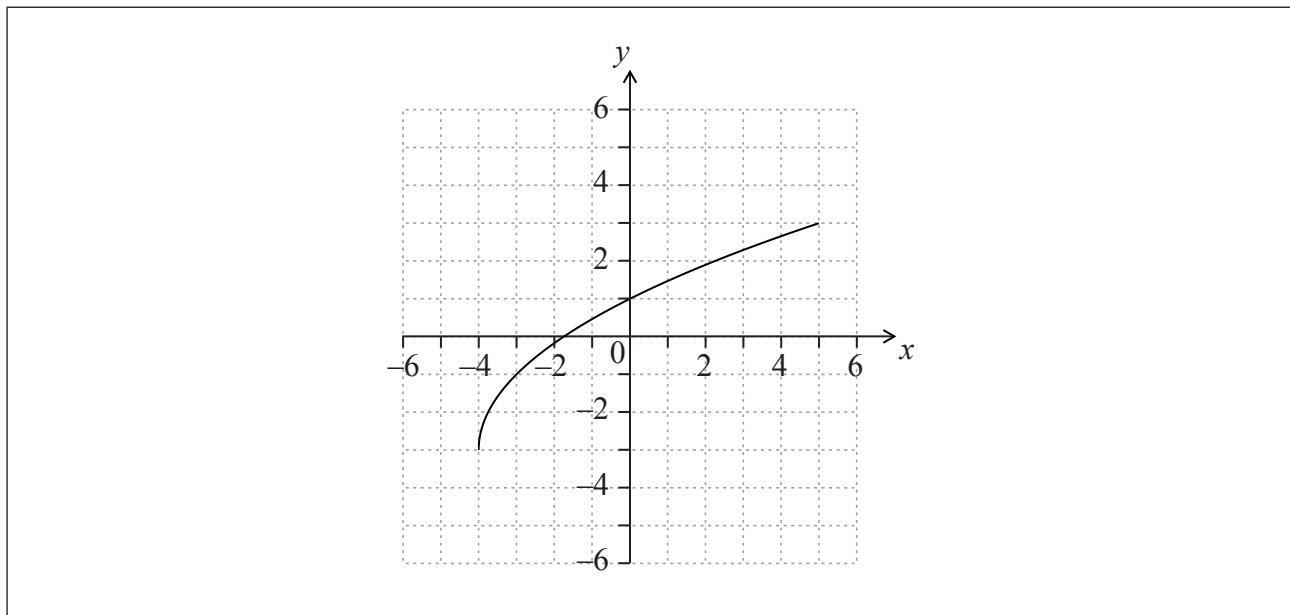
(c)  $\log_6 2 - \log_6 12$  [3]

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



3. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra el gráfico de  $y = f(x)$ , para  $-4 \leq x \leq 5$ .



(a) Escriba el valor de

(i)  $f(-3)$ ;

(ii)  $f^{-1}(1)$ .

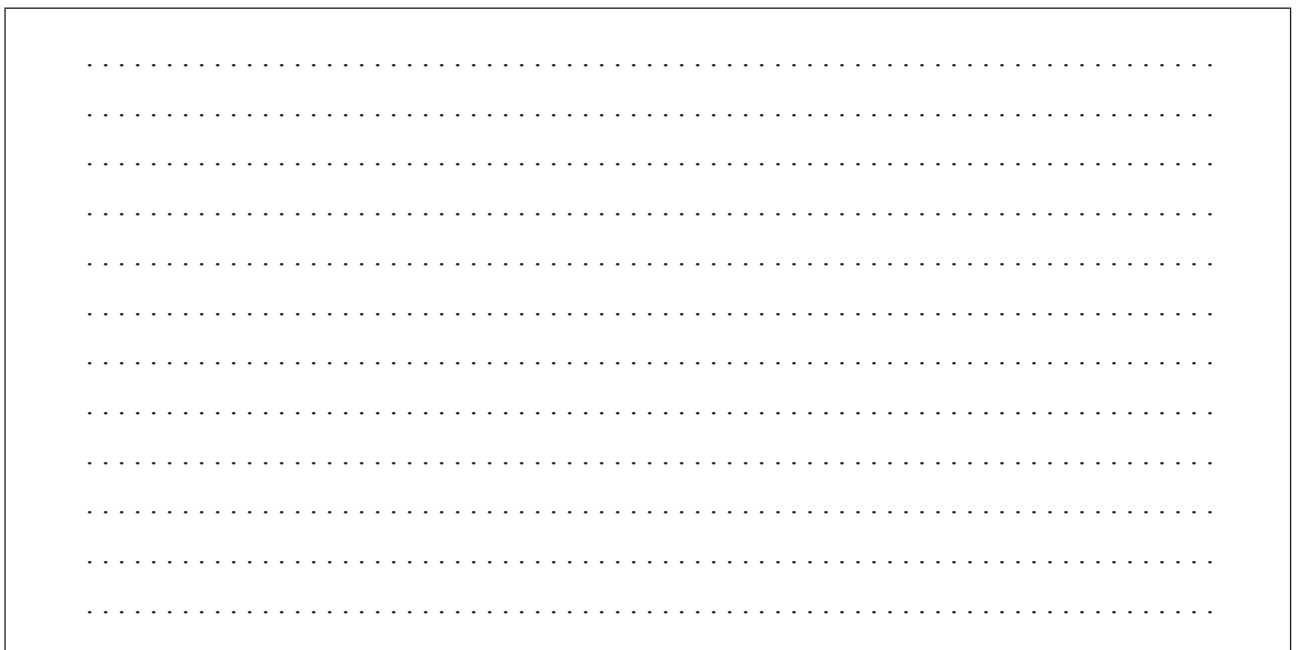
[2]

(b) Halle el dominio de  $f^{-1}$ .

[2]

(c) En la cuadrícula anterior, dibuje aproximadamente el gráfico de  $f^{-1}$ .

[2]



4. [Puntuación máxima: 7]

La recta  $L$  es paralela al vector  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

(a) Halle la pendiente de la recta  $L$ .

[2]

La recta  $L$  pasa por el punto  $(9, 4)$ .

(b) Halle la ecuación de la recta  $L$  de la forma  $y = ax + b$ .

[3]

(c) Escriba una ecuación vectorial para la recta  $L$ .

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 6]

El gráfico de una función  $h$  pasa por el punto  $\left(\frac{\pi}{12}, 5\right)$ .

Sabiendo que  $h'(x) = 4 \cos 2x$ , halle  $h(x)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

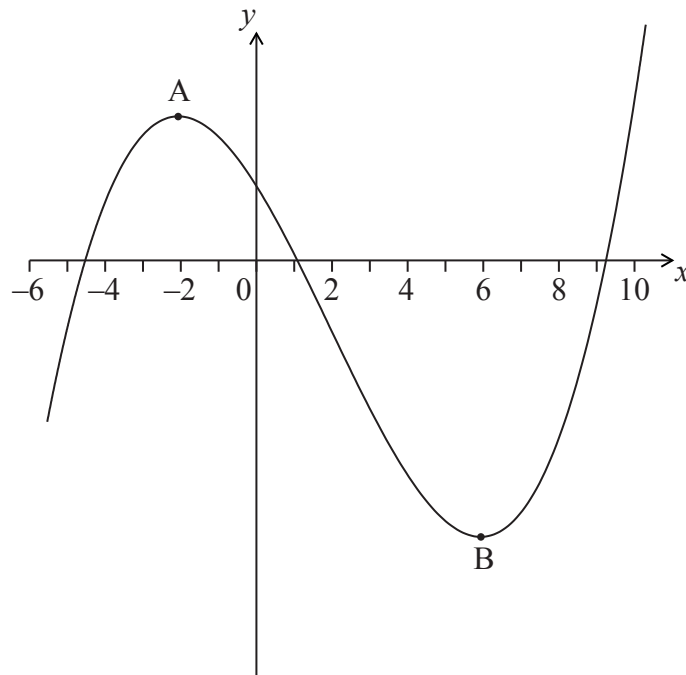
.....

.....



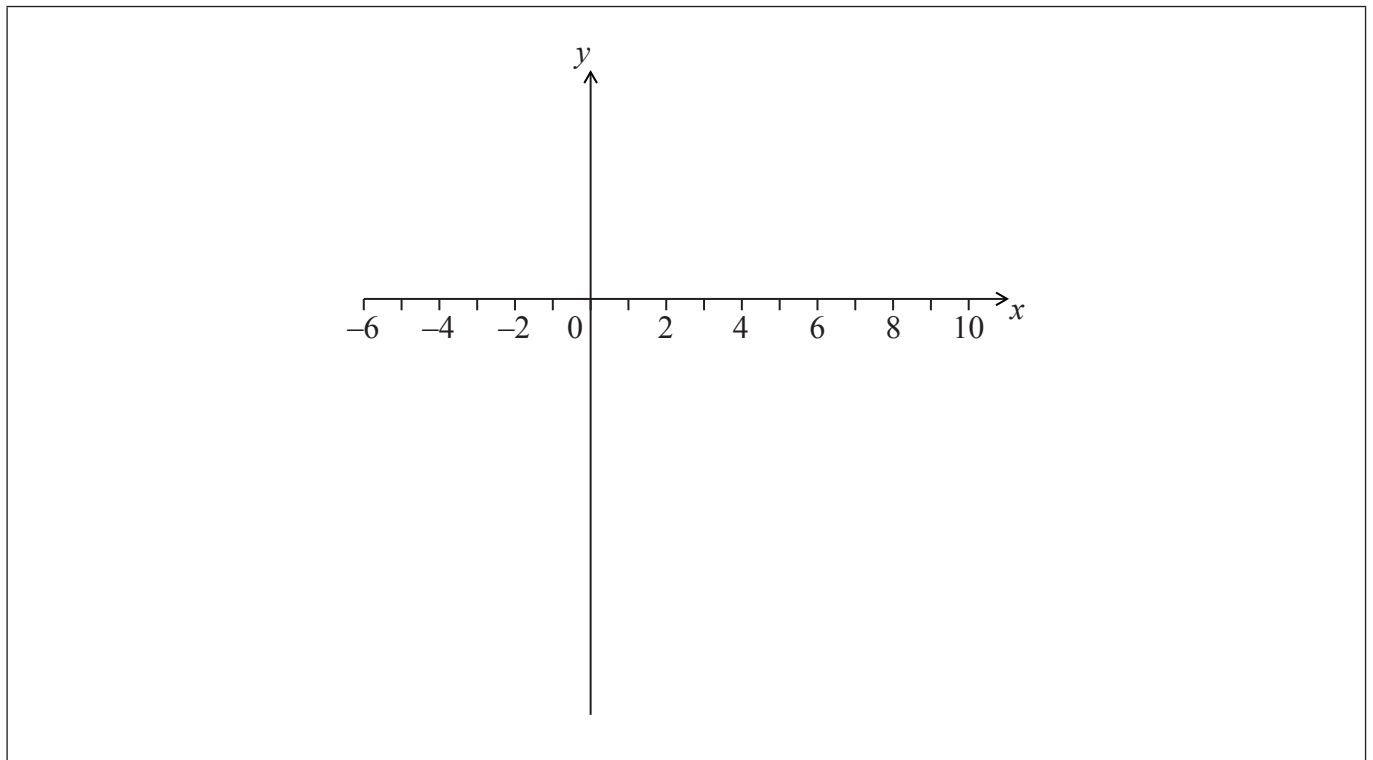
6. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $y = f(x)$ .



El gráfico tiene un máximo local en A, donde  $x = -2$ , y un mínimo local en B, donde  $x = 6$ .

(a) En los siguientes ejes de coordenadas, dibuje aproximadamente el gráfico de  $y = f'(x)$ . [4]



(Esta pregunta continúa en la siguiente página)





(Pregunta 6: continuación)

(b) Escriba las siguientes expresiones ordenándolas de menor a mayor:  $f(0)$ ,  $f'(6)$ ,  $f''(-2)$ . [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

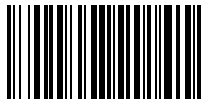
.....

.....

.....

.....

.....



## 7. [Puntuación máxima: 8]

Las sumas de los términos de una progresión siguen el patrón

$$S_1 = 1 + k, S_2 = 5 + 3k, S_3 = 12 + 7k, S_4 = 22 + 15k, \dots, \text{ donde } k \in \mathbb{Z}.$$

- (a) Sabiendo que  $u_1 = 1 + k$ , halle  $u_2$ ,  $u_3$  y  $u_4$ . [4]
- (b) Halle una expresión general para  $u_n$ . [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**NO** escriba soluciones en esta página.

### SECCIÓN B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 15]

Sea  $f(x) = 3x^2 - 6x + p$ . La ecuación  $f(x) = 0$  tiene dos raíces iguales.

(a) (i) Escriba el **valor** del discriminante.

(ii) A partir de lo anterior, muestre que  $p = 3$ . [3]

El vértice del gráfico  $f$  está situado sobre el eje  $x$ .

(b) Halle las coordenadas del vértice del gráfico de  $f$ . [4]

(c) Escriba la solución de  $f(x) = 0$ . [1]

(d) La función se puede escribir de la forma  $f(x) = a(x-h)^2 + k$ . Escriba el valor de

(i)  $a$ ;

(ii)  $h$ ;

(iii)  $k$ . [3]

(e) El gráfico de la función  $g$  se obtiene a partir del gráfico de  $f$ , mediante una simetría de  $f$  respecto al eje  $x$ , seguida de una traslación por el vector  $\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ . Halle  $g$ , de la forma  $g(x) = Ax^2 + Bx + C$ . [4]



**NO** escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

En esta pregunta, las distancias vienen dadas en metros.

Ryan y Jack tienen aviones en miniatura (de aeromodelismo), que despegan en terreno llano. El avión de Jack despegá después del de Ryan.

La posición del avión de Ryan  $t$  segundos después de despegar viene dada

$$\text{por } \mathbf{r} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

(a) Halle la celeridad del avión de Ryan. [3]

(b) Halle la altura del avión de Ryan al cabo de dos segundos. [2]

La posición del avión de Jack  $s$  segundos después de despegar viene dada

$$\text{por } \mathbf{r} = \begin{pmatrix} -39 \\ 44 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

(c) Muestre que las trayectorias de los aviones son perpendiculares entre sí. [5]

Los dos aviones colisionan se chocan en el punto  $(-23, 20, 28)$ .

(d) ¿Cuánto tiempo ha transcurrido desde que despegó el avión de Ryan hasta que despegó el avión de Jack? [5]



**NO** escriba soluciones en esta página.

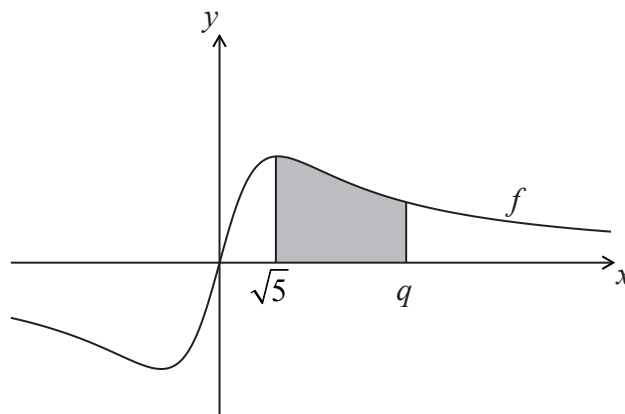
10. [Puntuación máxima: 15]

Sea  $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 5}$ .

(a) Utilice la regla del cociente para mostrar que  $f'(x) = \frac{10 - 2x^2}{(x^2 + 5)^2}$ . [4]

(b) Halle  $\int \frac{2x}{x^2 + 5} dx$ . [4]

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $f$ .



(c) La región sombreada está delimitada por el gráfico de  $f$ , el eje  $x$ , y las rectas  $x = \sqrt{5}$  y  $x = q$ . El área de esta región es igual a  $\ln 7$ . Halle el valor de  $q$ . [7]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en  
esta página no serán corregidas.

