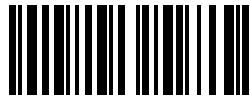


M14/5/MATHL/HP2/FRE/TZ0/XX



22147220



International Baccalaureate®
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

MATHÉMATIQUES
NIVEAU SUPÉRIEUR
ÉPREUVE 2

Numéro de session du candidat

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Mercredi 14 mai 2014 (matin)

2 heures

Code de l'examen

2	2	1	4	-	7	2	2	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---

INSTRUCTIONS DESTINÉES AUX CANDIDATS

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Une calculatrice à écran graphique est nécessaire pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du *Livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS* est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est [120 points].



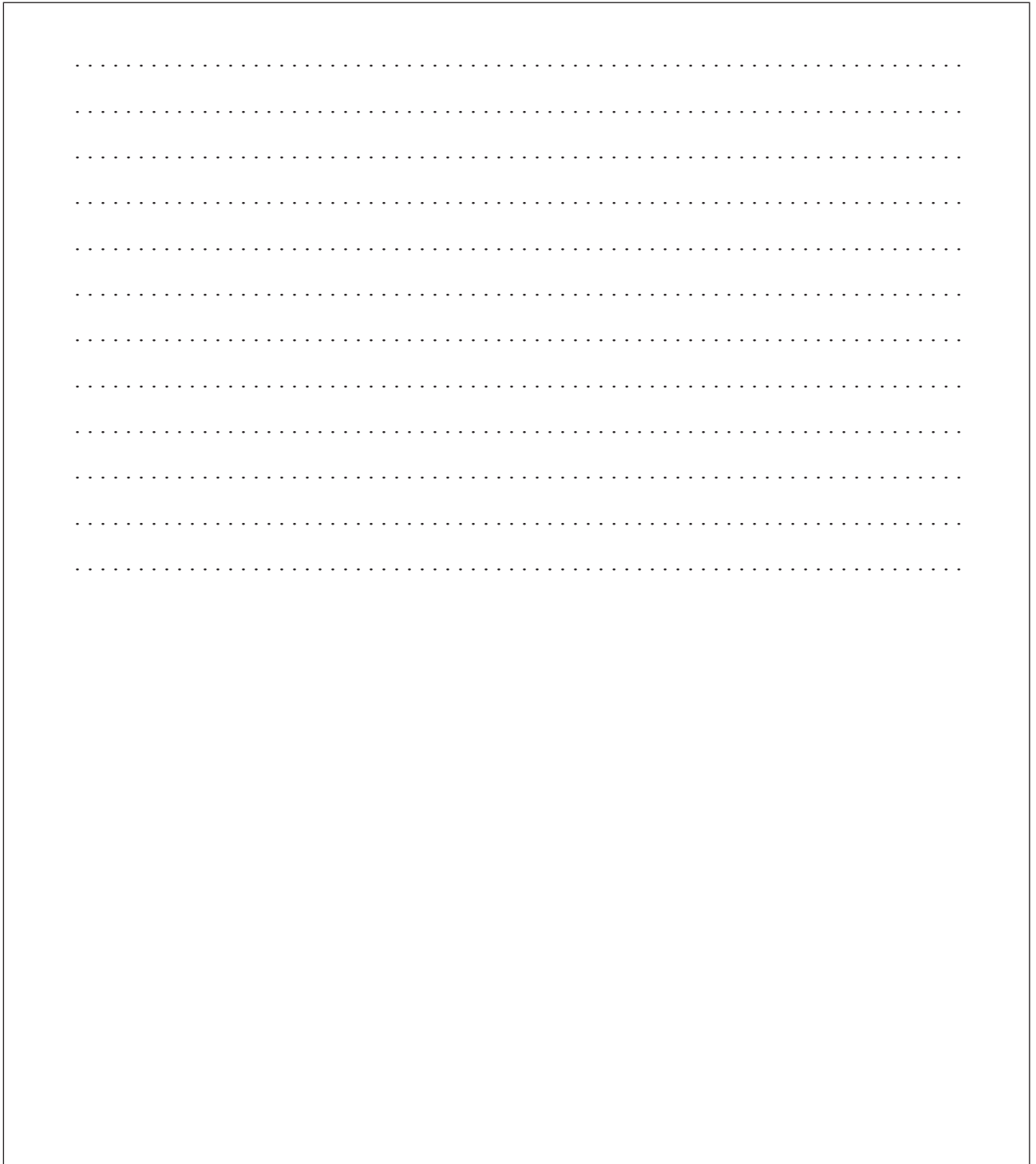
16EP01

3. [Note maximale : 5]

Les représentations graphiques de $y = x^2 e^{-x}$ et $y = 1 - 2 \sin x$ pour $2 \leq x \leq 7$ se croisent aux points A et B. Les abscisses de A et B sont x_A et x_B .

(a) Trouvez la valeur de x_A et la valeur de x_B . [2]

(b) Trouvez l'aire comprise entre les deux représentations graphiques pour $x_A \leq x \leq x_B$. [3]



5. [Note maximale : 6]

Trouvez le coefficient de x^{-2} dans le développement de $(x-1)^3 \left(\frac{1}{x} + 2x \right)^6$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....


.....



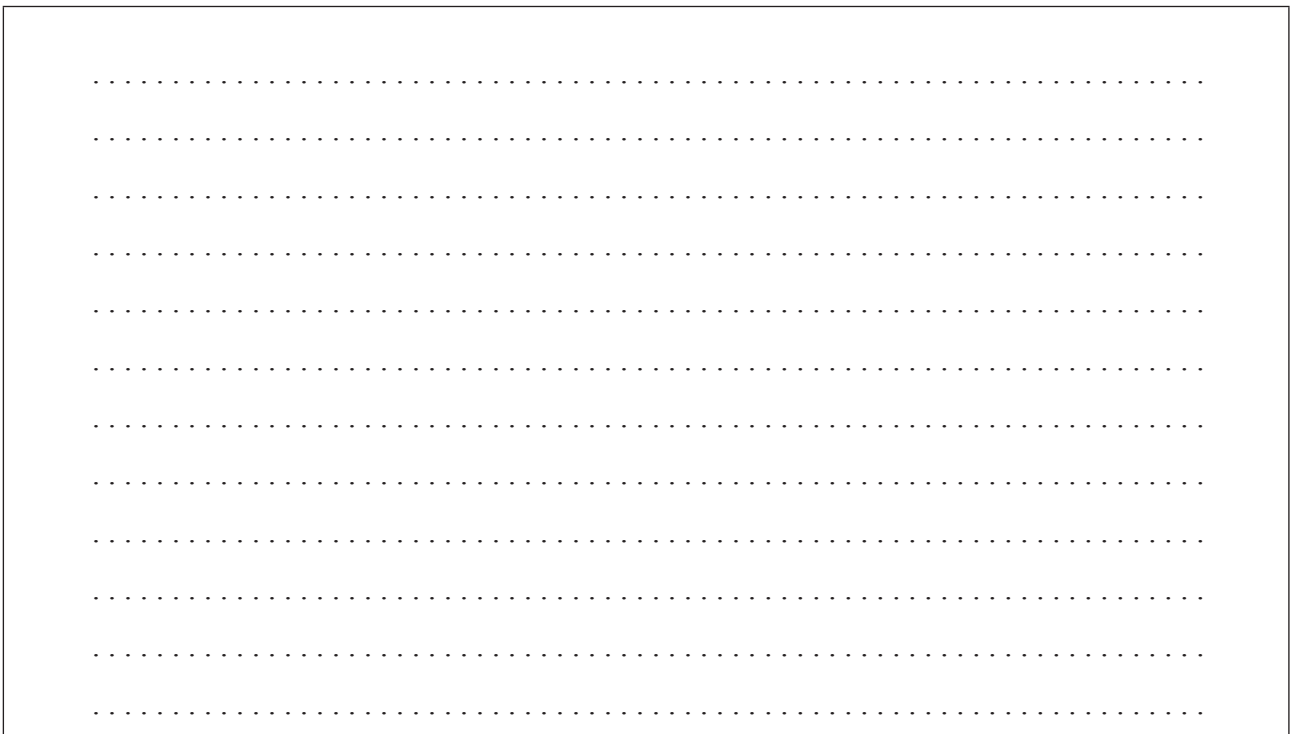
7. [Note maximale : 8]

La fonction f est définie par $f(x) = -3 + \frac{1}{x-2}$, $x \neq 2$.

- (a) (i) Esquissez la représentation graphique de $y = f(x)$, en indiquant clairement les asymptotes et les points d'intersection avec les axes.
- (ii) Écrivez les équations des asymptotes et les coordonnées des points d'intersection avec les axes. [4]



- (b) Trouvez la fonction réciproque f^{-1} en indiquant son domaine. [4]



N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

SECTION B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

11. [Note maximale : 13]

La fonction de densité d'une variable aléatoire X est définie par :

$$f(x) = \begin{cases} ax \cos x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \text{ où } a \in \mathbb{R}. \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

(a) Montrez que $a = \frac{2}{\pi - 2}$. [5]

(b) Trouvez $P\left(X < \frac{\pi}{4}\right)$. [2]

(c) Trouvez :

(i) le mode de X ;

(ii) la médiane de X . [4]

(d) Trouvez $P\left(X < \frac{\pi}{8} \mid X < \frac{\pi}{4}\right)$. [2]

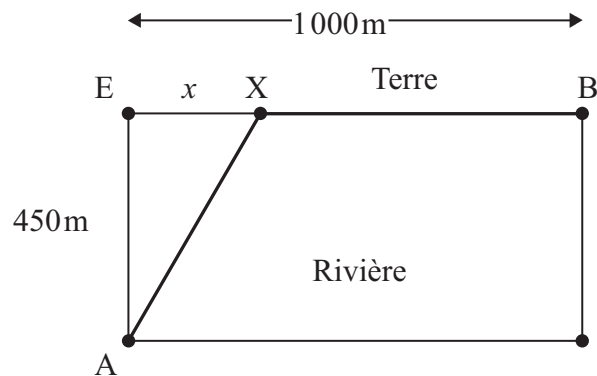


N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

12. [Note maximale : 15]

Des ingénieurs doivent faire passer des conduites souterraines pour relier deux villes A et B qui sont séparées par une rivière de 450 mètres de largeur, comme indiqué sur le diagramme suivant. Ils ont planifié de faire passer les conduites sous la rivière de A à X et ensuite sous la terre de X à B. Le coût pour faire passer les conduites sous la rivière équivaut à cinq fois le coût pour faire passer les conduites sous la terre.

Soit $EX = x$.



Soit k le coût, en dollars par mètre, pour faire passer les conduites sous la terre.

- (a) Montrez que le coût total C , en dollars, pour faire passer les conduites de A à B est donné par $C = 5k\sqrt{202500 + x^2} + (1000 - x)k$. [2]
- (b) (i) Trouvez $\frac{dC}{dx}$. [7]
- (ii) À partir de là, trouvez la valeur de x pour laquelle le coût total est minimal, en justifiant qu'il s'agit d'un minimum. [7]
- (c) Trouvez le coût total minimal en fonction de k . [1]

L'angle entre les conduites est $\hat{AXB} = \theta$.

- (d) Trouvez θ pour la valeur de x calculée en (b). [2]

Pour des raisons de sécurité, θ doit être au moins 120° .

Étant donné cette nouvelle exigence,

- (e) (i) trouvez la nouvelle valeur de x qui rend le coût total minimal ; [3]
- (ii) trouvez le pourcentage d'augmentation du coût total minimal. [3]



N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

13. [Note maximale : 20]

Considérez $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $z \in \mathbb{C}$.

(a) Prouvez par récurrence que $z^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$, $n \in \mathbb{Z}^+$. [7]

Étant donné que $u = 1 + \sqrt{3}i$ et $v = 1 - i$,

(b) (i) exprimez u et v sous la forme module-argument ;

(ii) à partir de là, trouvez u^3v^4 . [4]

Les nombres complexes u et v sont représentés respectivement par le point A et le point B dans un diagramme d'Argand.

(c) Placez le point A et le point B dans le diagramme d'Argand. [1]

Le point A subit une rotation de $\frac{\pi}{2}$ dans le sens inverse des aiguilles d'une montre par rapport à l'origine O pour devenir le point A'. Le point B subit une rotation de $\frac{\pi}{2}$ dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à l'origine O pour devenir le point B'.

(d) Trouvez l'aire du triangle OA'B'. [3]

Étant donné que u et v sont les racines de l'équation $z^4 + bz^3 + cz^2 + dz + e = 0$, où $b, c, d, e \in \mathbb{R}$,

(e) trouvez les valeurs de b, c, d et e . [5]



N'écrivez **PAS** vos solutions sur cette page.

14. [Note maximale : 12]

La particule A se déplace de telle sorte que sa vitesse v en ms^{-1} , au temps t en secondes, est donnée par $v(t) = \frac{t}{12+t^4}$, $t \geq 0$.

- (a) Esquissez la représentation graphique de $y = v(t)$. Indiquez clairement le maximum relatif et écrivez ses coordonnées. [2]
- (b) Utilisez le changement de variables $u = t^2$ pour trouver $\int \frac{t}{12+t^4} dt$. [4]
- (c) Trouvez la distance exacte parcourue par la particule A entre $t = 0$ et $t = 6$ secondes. Donnez votre réponse sous la forme $k \arctan(b)$, $k, b \in \mathbb{R}$. [3]

La particule B se déplace de telle sorte que sa vitesse v en ms^{-1} est liée à son déplacement s en m, par l'équation $v(s) = \arcsin(\sqrt{s})$.

- (d) Trouvez l'accélération de la particule B lorsque $s = 0,1$ m. [3]



Veillez **ne pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page
ne seront pas corrigées.

