www.xtrapapers.com

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license.

www.xtrapapers.com

Diploma Programme
Programme du diplôme
Programa del Diploma

Matemáticas
Nivel superior
Prueba 2

Martes 14 de mayo de 2019 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

2 horas

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NS y de ampliación de matemáticas NS** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[100 puntos]**.

11 páginas

2219 – 7226
© International Baccalaureate Organization 2019

International Baccalaureate
Baccalauréat International
Bachillerato Internacional

www.xtrapapers.com

No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 5]

En el triángulo ABC, $\mathrm{AB} = 5$, $\mathrm{BC} = 14$ y $\mathrm{AC} = 11$.
Halle todos los ángulos interiores del triángulo. Dé las respuestas en grados, con una aproximación de una cifra decimal.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

www.xtrapapers.com

2. [Puntuación máxima: 5]

Timmy tiene una tienda. Sus ingresos diarios, procedentes de la venta de sus artículos, se pueden modelizar por una distribución normal, siendo la media de los ingresos diarios igual a $820 y la desviación típica igual a $230. Para poder tener beneficios, los ingresos diarios de Timmy tienen que ser mayores que $1000.

(a) Calcule la probabilidad de que, en un día elegido al azar, Timmy tenga beneficios. [2]

La tienda abre 24 días al mes.

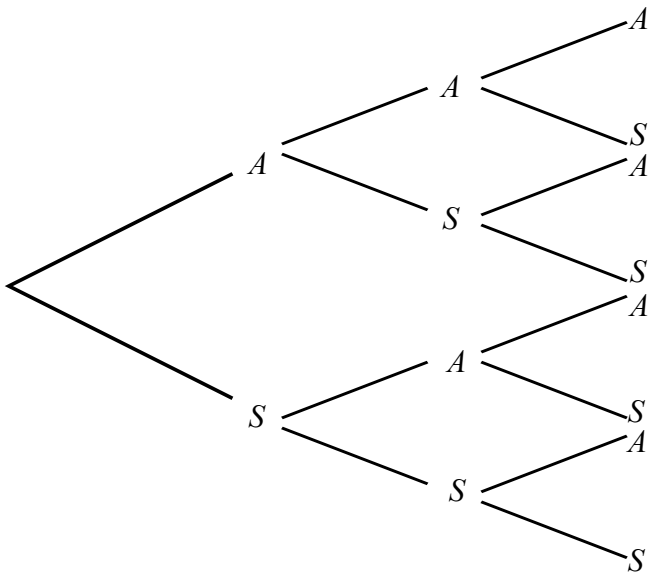
(b) Calcule la probabilidad de que, en un mes elegido al azar, Timmy tenga beneficios entre 5 y 10 días (ambos inclusive). [3]

www.xtrapapers.com

3. [Puntuación máxima: 8]

Iqbal, para practicar, decide hacer tres exámenes de muestra de matemáticas. La probabilidad de que apruebe el primer examen es igual a 0,6. Cuando aprueba un examen, Iqbal gana confianza en sí mismo, de modo que la probabilidad de que apruebe el siguiente examen aumenta en 0,1. Cuando suspende un examen, la probabilidad de que apruebe el siguiente examen es igual a 0,6.

(a) Complete el siguiente diagrama de árbol de probabilidades para los tres exámenes de muestra que hace Iqbal, rotulando cada rama con la probabilidad correcta. [3]



(b) Calcule la probabilidad de que Iqbal apruebe al menos dos de los exámenes. [2]

(c) Halle la probabilidad de que Iqbal apruebe el tercer examen, sabiendo que solo ha aprobado uno de los exámenes anteriores. [3]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

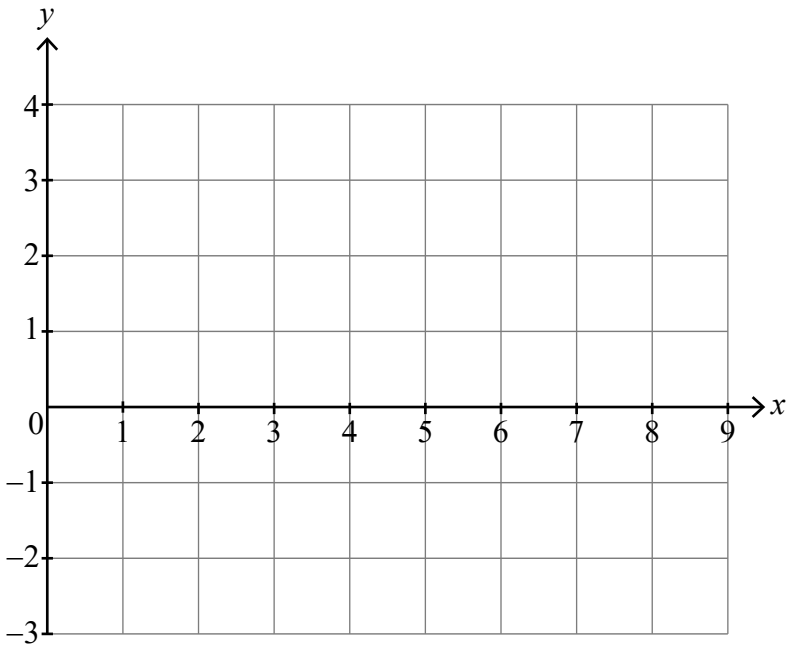
. . . . . .

. . . . . .

www.xtrapapers.com

4. [Puntuación máxima: 6]

(a) Dibuje aproximadamente los gráficos de $y = \operatorname{sen}^3 x + \ln x$ y de $y = 1 + \cos x$ en los siguientes ejes de coordenadas, para $0 < x \leq 9$. [2]



(b) A partir de lo anterior, resuelva $\operatorname{sen}^3 x + \ln x - \cos x - 1 < 0$ en el intervalo $0 < x \leq 9$. [4]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

www.xtrapapers.com

5. [Puntuación máxima: 6]

(a) Demuestre la identidad $\frac{1+\operatorname{sen} 2x}{\cos 2x} \equiv \frac{1+\tan x}{1-\tan x}$. [4]

(b) Resuelva la ecuación $\frac{1+\operatorname{sen} 2x}{\cos 2x} = \sqrt{3}$ para $0 \le x < 2\pi$. [2]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

www.xtrapapers.com

6. [Puntuación máxima: 6]

Una partícula se mueve a lo largo de una recta horizontal, de modo tal que en el instante t segundos, $t \geq 0$, su aceleración a viene dada por $a = 2t - 1$. Cuando $t = 6$, su desplazamiento s respecto a un origen fijo O es igual a $18{,}25$ m. Cuando $t = 15$, el desplazamiento respecto a O es igual a $922{,}75$ m. Halle una expresión para s en función de t.

www.xtrapapers.com

7. [Puntuación máxima: 7]

Suponga que u_1 es el primer término de una serie geométrica de razón r.
Demuestre mediante inducción matemática que la suma de los n primeros términos, S_n, viene dada por $S_n = \frac{u_1\left(1-r^n\right)}{1-r}$, donde $n \in \mathbb{Z}^+$.

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

www.xtrapapers.com

8. [Puntuación máxima: 7]

(a) Halle las raíces de la ecuación $w^3 = 8\mathrm{i}$, $w \in \mathbb{C}$. Dé las respuestas en forma cartesiana. [4]

Una de las raíces, w_1, satisface la condición $\mathrm{Re}(w_1) = 0$.

(b) Sabiendo que $w_1 = \dfrac{z}{z - \mathrm{i}}$, exprese z en la forma $a + b\mathrm{i}$ donde $a, b \in \mathbb{Q}$. [3]

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

. . . . . .

www.xtrapapers.com

No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

9. [Puntuación máxima: 15]

Considere el polinomio $P(z) \equiv z^4 - 6z^3 - 2z^2 + 58z - 51$, $z \in \mathbb{C}$.

(a) Exprese $P(z)$ en la forma $(z^2 + az + b)(z^2 + cz + d)$ donde $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. [7]

(b) Dibuje aproximadamente el gráfico de $y = x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 58x - 51$, indicando claramente las coordenadas de todos los máximos, mínimos y cortes con los ejes. [6]

(c) A partir de lo anterior o de cualquier otro modo, indique qué condición tiene que cumplir $k \in \mathbb{R}$ para que todas las raíces de la ecuación $P(z) = k$ sean reales. [2]

10. [Puntuación máxima: 16]

Steffi la gata callejera acude con frecuencia a casa de Will en busca de comida. Sea X la variable aleatoria discreta "el número de veces al día que Steffi acude a casa de Will". La variable aleatoria X se puede modelizar por una distribución de Poisson de media 2,1.

(a) Halle la probabilidad de que un día elegido al azar, Steffi no acuda a casa de Will. [2]

Sea Y la variable aleatoria discreta "el número de veces al día que a Steffi le dan de comer en casa de Will". Cada día, a Steffi solo le dan de comer las cuatro primeras veces que acude a la casa.

(b) Copie y complete la siguiente tabla de distribución de probabilidades correspondiente a Y. [4]

y	0	1	2	3	4
$\mathrm{P}(Y = y)$					

(c) A partir de lo anterior, halle el número esperado de veces al día que le dan de comer a Steffi en casa de Will. [3]

(d) En un año cualquiera de 365 días, la probabilidad de que Steffi no acuda a casa de Will como mucho n días en total es igual a $0{,}5$ (aproximada a una cifra decimal). Halle el valor de n. [3]

(e) Muestre que el número esperado de veces al año en las que Steffi acude a casa de Will y no le dan de comer es al menos 30. [4]

www.xtrapapers.com

No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 19]

El plano Π_1 contiene a los puntos $\mathrm{P}(1, 6, -7)$, $\mathrm{Q}(0, 1, 1)$ y $\mathrm{R}(2, 0, -4)$.

(a) Halle la ecuación cartesiana del plano que contiene a P, Q y R. [6]

La ecuación cartesiana del plano Π_2 es $x - 3y - z = 3$.

(b) Sabiendo que Π_1 y Π_2 se cortan en una recta L, verifique que la ecuación vectorial de L se puede dar mediante $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} \\ 0 \\ -\frac{7}{4} \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$. [3]

La ecuación cartesiana del plano Π_3 es $ax + by + cz = 1$.

(c) Sabiendo que Π_3 es paralelo a la recta L, muestre que $a + 2b - 5c = 0$. [1]

Considere el caso en el que Π_3 contiene a L.

(d) (i) Muestre que $5a - 7c = 4$.

(ii) Sabiendo que Π_3 está igual de inclinado hacia Π_1 que hacia Π_2, determine dos ecuaciones cartesianas posibles y distintas para Π_3. [9]

www.xtrapapers.com

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.