



No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Matemáticas
Nivel medio
Prueba 2

Martes 14 de mayo de 2019 (mañana)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza un gráfico para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente el mismo como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

Un grupo de 7 hombres adultos querían saber si existía una relación entre su índice de masa corporal (IMC) y el perímetro de su cintura. Para ello, se midió el perímetro de su cintura (en centímetros) y se calculó su IMC. La siguiente tabla muestra los resultados.

Cintura (x cm)	58	63	75	82	93	98	105
IMC (y)	19	20	22	23	25	24	26

La relación que existe entre x e y se puede modelizar mediante la ecuación de regresión $y = ax + b$.

- (a) (i) Escriba el valor de a y el de b .
- (ii) Halle el coeficiente de correlación. [4]
- (b) Utilice la ecuación de regresión para estimar el IMC de un hombre adulto que tenga un perímetro de cintura de 95 cm. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

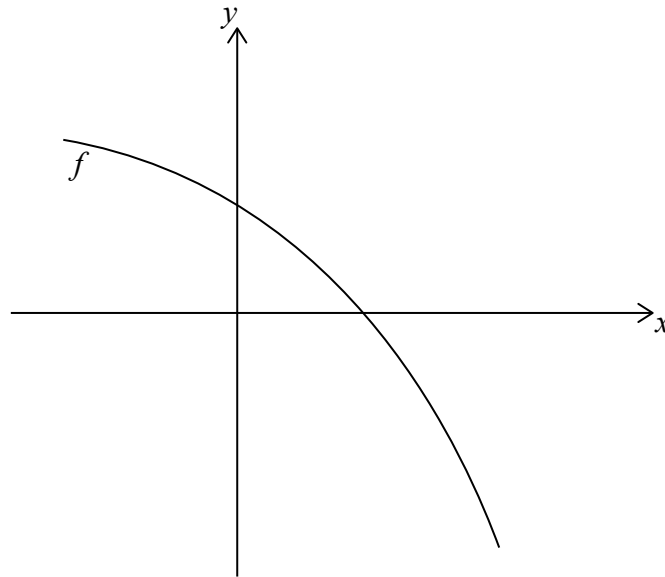
.....

.....



2. [Puntuación máxima: 5]

Sea $f(x) = 4 - 2e^x$. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de f .



- (a) Halle la intersección del gráfico de f con el eje x . [2]
- (b) La región delimitada por el gráfico de f , el eje x y el eje y se rota 360° alrededor del eje x . Halle el volumen del sólido así generado. [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

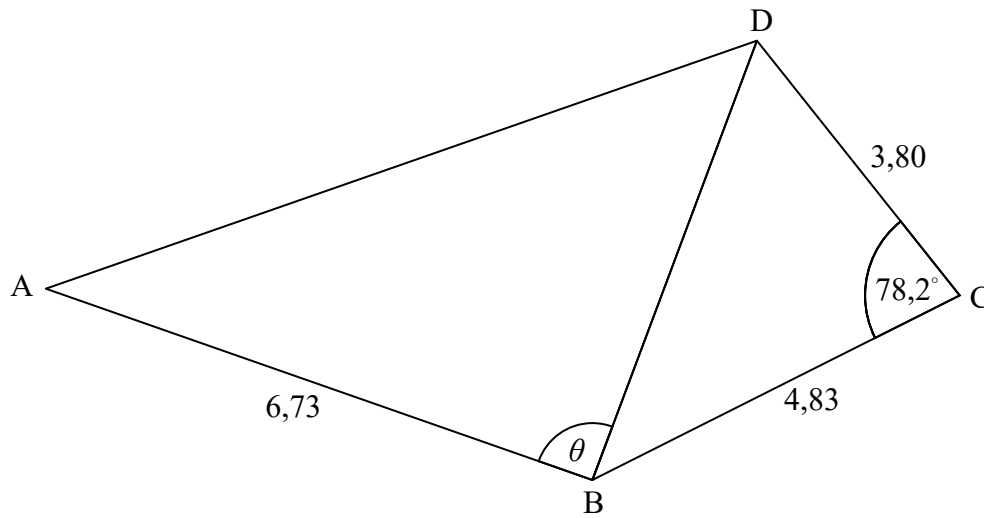
.....



3. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra el cuadrilátero ABCD.

la figura no está dibujada a escala



$AB = 6,73 \text{ cm}$, $BC = 4,83 \text{ cm}$, $\hat{BCD} = 78,2^\circ$ y $CD = 3,80 \text{ cm}$.

(a) Halle BD.

[3]

(b) El área del triángulo ABD es $18,5 \text{ cm}^2$. Halle los posibles valores de θ .

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

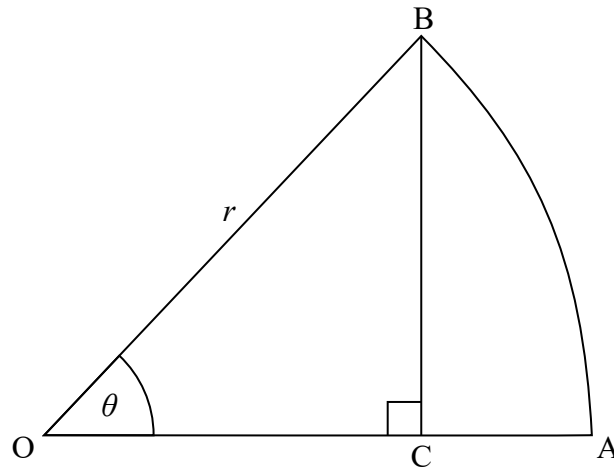
.....



4. [Puntuación máxima: 7]

OAB es un sector del círculo que tiene centro O y radio r , tal y como se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



El ángulo AOB mide θ radianes, donde $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

El punto C pertenece a OA, siendo OA perpendicular a BC.

- (a) Muestre que $OC = r \cos \theta$. [1]
- (b) Halle el área del triángulo OBC en función de r y de θ . [2]
- (c) Sabiendo que el área del triángulo OBC es igual a $\frac{3}{5}$ del área de sector circular OAB, halle θ . [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 6]

La población de peces que hay en un lago está modelizada por la función

$$f(t) = \frac{1000}{1 + 24e^{-0.2t}}, \quad 0 \leq t \leq 30, \text{ donde } t \text{ se mide en meses.}$$

- (a) Halle la población de peces en $t = 10$. [2]
- (b) Halle la razón a la que está aumentando la población de peces en $t = 10$. [2]
- (c) Halle el valor de t en el que la población de peces está aumentando más rápidamente. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Puntuación máxima: 7]

En el desarrollo de la siguiente expresión, halle el valor exacto del término constante.

$$x^3 \left(\frac{1}{2x} + x^2 \right)^{15}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 6]

La ecuación vectorial de la recta L es $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$.

El punto P es el punto de L que más cerca está del origen. Halle las coordenadas de P .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba soluciones en esta página.

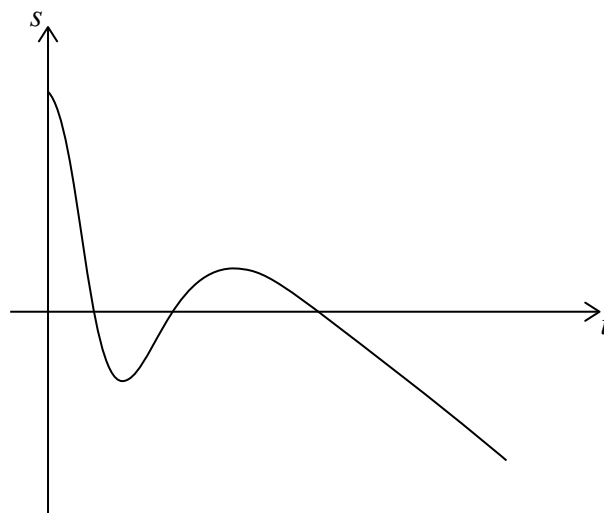
Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

En esta pregunta, las distancias están en centímetros y el tiempo está en segundos.

La partícula A se está moviendo a lo largo de una línea recta, de manera tal que su desplazamiento respecto a un punto P, en el instante t segundos, viene dado por $s_A = 15 - t - 6t^3 e^{-0,8t}$, $0 \leq t \leq 25$. Esta información se representa en la siguiente figura.



- (a) Halle el desplazamiento inicial de la partícula A respecto al punto P. [2]
- (b) Halle el valor de t en el que la partícula A llega al punto P por primera vez. [2]
- (c) Halle el valor de t en el que la partícula A cambia de sentido por primera vez. [2]
- (d) Halle la distancia total que recorre la partícula A en los primeros 3 segundos. [3]

La partícula B se mueve a lo largo de la misma recta y empieza a moverse al mismo tiempo que la partícula A. La velocidad de la partícula B viene dada por $v_B = 8 - 2t$, $0 \leq t \leq 25$.

- (e) (i) Sabiendo que las partículas A y B parten del mismo punto, halle la función desplazamiento s_B correspondiente a la partícula B.
- (ii) Halle el otro valor de t en que las partículas A y B se vuelven a encontrar. [7]



No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 14]

En el aeropuerto de Penna, la probabilidad de que todos los pasajeros lleguen a tiempo para coger un vuelo $P(A)$ es igual a 0,70. La probabilidad de que el vuelo salga a tiempo $P(D)$ es igual a 0,85. La probabilidad de que todos los pasajeros lleguen a tiempo para coger un vuelo y este salga a tiempo es igual a 0,65.

(a) Muestre que el suceso A y el suceso D **no** son independientes. [2]

(b) (i) Halle $P(A \cap D')$.

(ii) Sabiendo que todos los pasajeros de un vuelo han llegado a tiempo, halle la probabilidad de que dicho vuelo **no** salga a tiempo. [5]

El número de horas que los pilotos vuelan a la semana sigue una distribución normal de media 25 horas y desviación típica σ . Un 90% de los pilotos vuelan menos de 28 horas a la semana.

(c) Halle el valor de σ . [3]

(d) En todos los vuelos hay dos pilotos. Halle el porcentaje de vuelos en los que **los dos** pilotos volaron más de 30 horas la semana pasada. [4]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 16]

Una progresión aritmética es tal que $u_1 = 1,3$, $u_2 = 1,4$ y $u_k = 31,2$.

(a) Halle el valor de k . [4]

(b) Halle el valor exacto de S_k . [2]

Considere los términos u_n de esta progresión tales que $n \leq k$.

Sea F la suma de todos los términos para los cuales n no es un múltiplo de 3.

(c) Muestre que $F = 3240$. [5]

Sea la serie geométrica infinita $S_\infty = a + \frac{a}{\sqrt{2}} + \frac{a}{2} + \dots$, $a \in \mathbb{Z}^+$.

(d) Halle el mayor valor de a para el cual $S_\infty < F$. [5]



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

