



No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

## Matemáticas

### Nivel medio

### Prueba 1

Lunes 13 de mayo de 2019 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

#### Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de matemáticas NM** para esta prueba.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

### Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

La siguiente tabla muestra la distribución de probabilidad de una variable aleatoria discreta  $X$ .

$X$	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
$P(X = x)$	$\frac{3}{13}$	$\frac{1}{13}$	$\frac{4}{13}$	$k$

(a) Halle el valor de  $k$ . [3]

(b) Halle  $E(X)$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Puntuación máxima: 6]

Considere los vectores  $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ p \end{pmatrix}$  y  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 18 \end{pmatrix}$ .

Halle el valor de  $p$  para el cual  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  son

(a) paralelos;

[2]

(b) perpendiculares.

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

Considere la función  $f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$ ,  $x \neq 2$ .

- (a) Para el gráfico de  $f$ ,
- (i) escriba la ecuación de la asíntota vertical;
  - (ii) halle la ecuación de la asíntota horizontal. [3]

Sea  $g(x) = x^2 + 4$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- (b) Halle  $(f \circ g)(1)$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

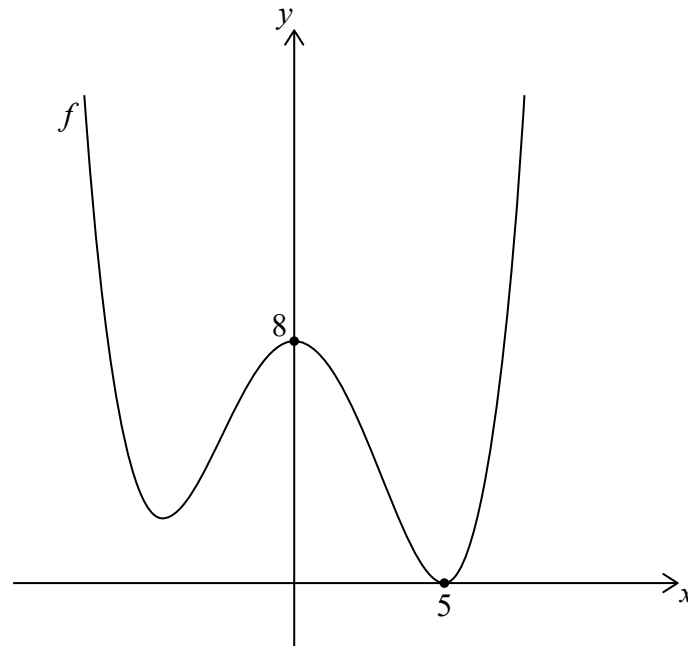
.....

.....



## 4. [Puntuación máxima: 7]

La siguiente figura muestra una parte del gráfico de  $f$ . La intersección con el eje  $x$  está en  $(5, 0)$  y la intersección con el eje  $y$  está en  $(0, 8)$ .



(a) Halle la intersección con el eje  $y$  del gráfico de

(i)  $f(x) + 3$ ;

(ii)  $f(4x)$ .

[3]

(b) Halle la intersección con el eje  $x$  del gráfico de  $f(2x)$ .

[2]

(c) Describa la transformación  $f(x + 1)$ .

[2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 6]

Considere la función  $f(x) = (1 - k)x^2 + x + k$ ,  $x \in \mathbb{R}$ . Halle el valor de  $k$  para el cual  $f(x)$  tiene dos raíces reales iguales.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Puntuación máxima: 7]

Resuelva  $\log_4(2 - x) = \log_{16}(13 - 4x)$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

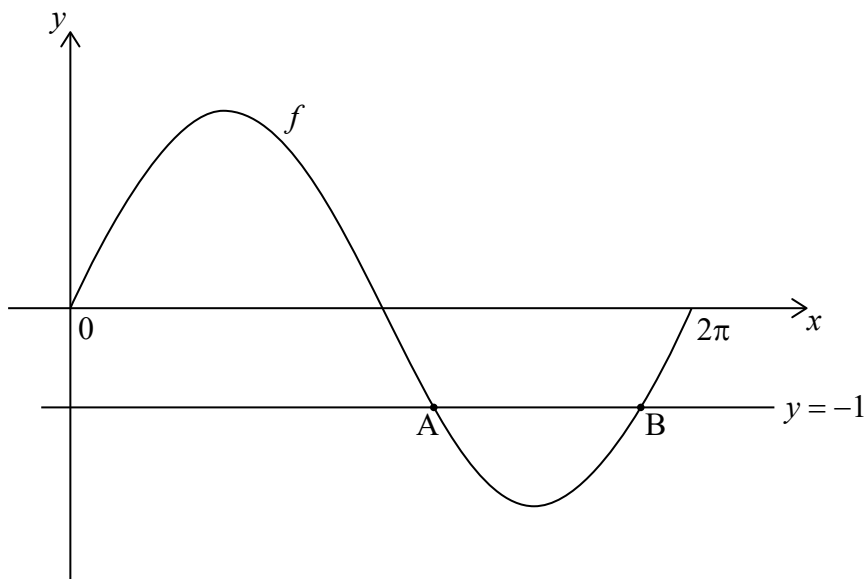
.....





## 7. [Puntuación máxima: 7]

Considere el gráfico de la función  $f(x) = 2 \operatorname{sen} x$ ,  $0 \leq x < 2\pi$ . El gráfico de  $f$  corta a la recta  $y = -1$  exactamente dos veces: en el punto A y en el punto B. Esta información aparece reflejada en la siguiente figura.



(a) Halle la coordenada  $x$  de A y de B. [4]

Considere el gráfico de  $g(x) = 2 \operatorname{sen} px$ ,  $0 \leq x < 2\pi$ , donde  $p > 0$ .

(b) Halle el mayor valor de  $p$  tal que el gráfico de  $g$  no corta a la recta  $y = -1$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



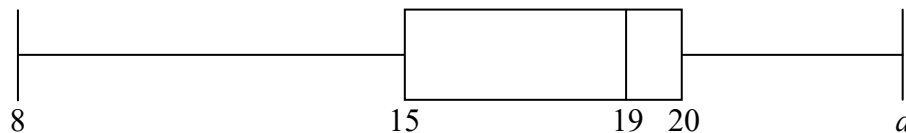
No escriba soluciones en esta página.

### Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empiece una página nueva para cada respuesta.

8. [Puntuación máxima: 16]

Un grupo de 10 chicas fueron anotando durante toda una semana el número de horas que veían la televisión. Los resultados se resumen en el siguiente diagrama de caja y bigotes.



(a) El rango de los datos es 16. Halle el valor de  $a$ . [2]

(b) Halle el valor del rango intercuartil. [2]

Este grupo de chicas, en total, vieron 180 horas de televisión.

(c) Halle la media del número de horas que las chicas de este grupo vieron la televisión esa semana. [2]

Un grupo de 20 chicos también anotaron el número de horas que vieron la televisión esa misma semana. Los resultados se resumen en la siguiente tabla.

$\bar{x} = 21$	$\sigma = 3$
----------------	--------------

- (d) (i) Halle el número total de horas que este grupo de chicos estuvieron viendo la televisión esa semana.
- (ii) Halle la media del número de horas que **todos esos 30** chicos y chicas estuvieron viendo la televisión esa semana. [5]

La semana siguiente el grupo de los chicos tuvieron exámenes. Durante esta semana de exámenes los chicos estuvieron viendo la televisión la mitad del tiempo que la semana anterior.

- (e) Para esta semana de exámenes, halle
- (i) la media del número de horas que el grupo de chicos estuvieron viendo la televisión;
- (ii) la varianza del número de horas que el grupo de chicos estuvieron viendo la televisión. [5]



No escriba soluciones en esta página.

9. [Puntuación máxima: 15]

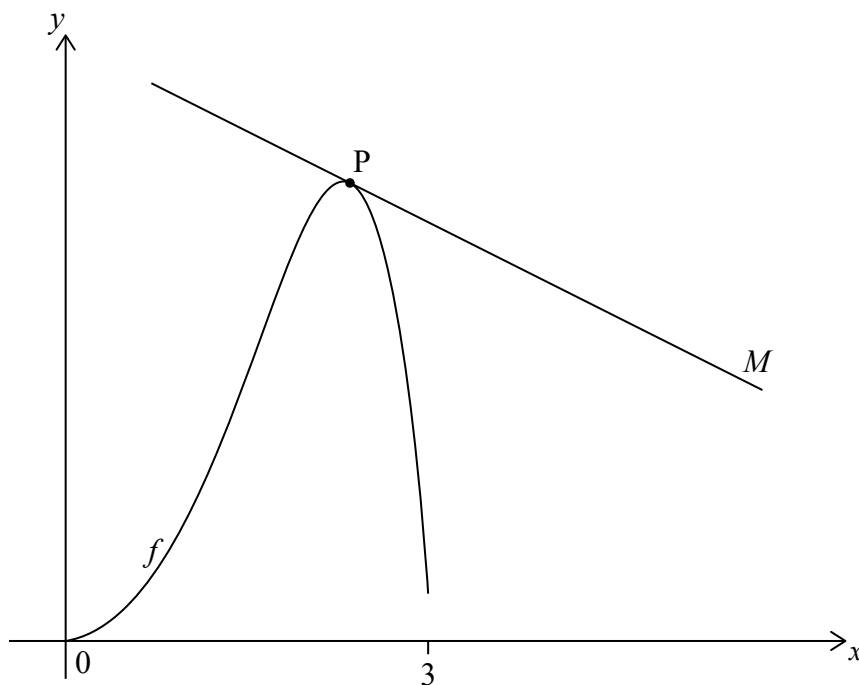
Sea  $\theta$  un ángulo **obtuso** tal que  $\sin \theta = \frac{3}{5}$ .

- (a) Halle el valor de  $\tan \theta$ . [4]
- (b) La recta  $L$  pasa por el origen y su pendiente es igual a  $\tan \theta$ . Halle la ecuación de  $L$ . [2]

Sea  $f(x) = e^x \sin x - \frac{3x}{4}$ .

- (c) Halle la derivada de  $f$ . [5]

La siguiente figura muestra el gráfico de  $f$  para  $0 \leq x \leq 3$ . La recta  $M$  es tangente al gráfico de  $f$  en el punto  $P$ .



- (d) Sabiendo que  $M$  es paralela a  $L$ , halle la coordenada  $x$  de  $P$ . [4]



No escriba soluciones en esta página.

10. [Puntuación máxima: 14]

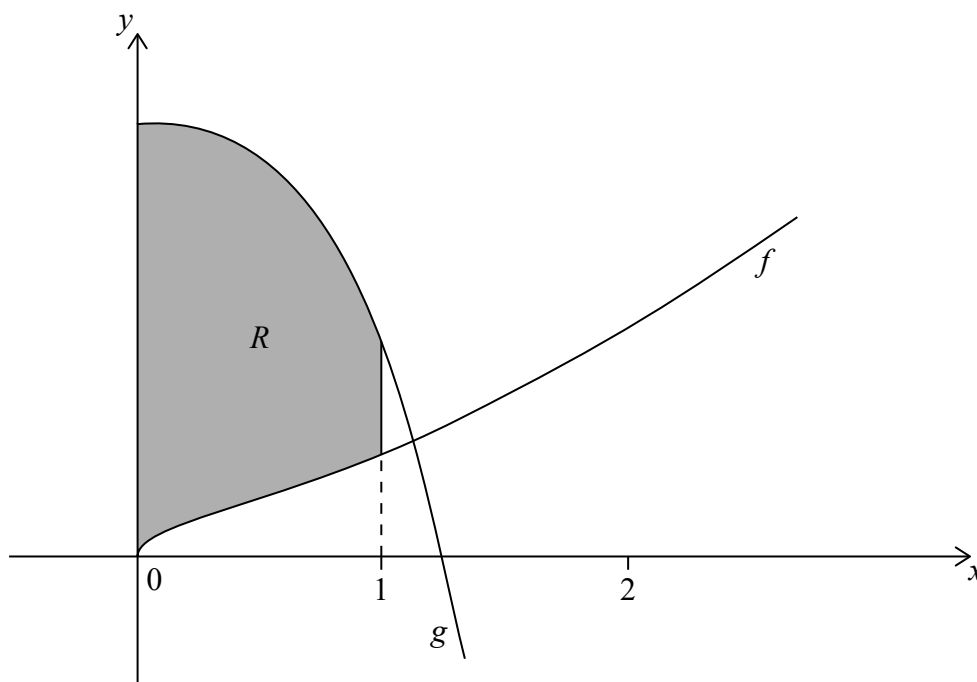
Sea  $y = (x^3 + x)^{\frac{3}{2}}$ .

(a) Halle  $\frac{dy}{dx}$ . [3]

(b) A partir de lo anterior, halle  $\int (3x^2 + 1)\sqrt{x^3 + x} \, dx$ . [3]

Considere las funciones  $f(x) = \sqrt{x^3 + x}$  y  $g(x) = 6 - 3x^2\sqrt{x^3 + x}$ , para  $x \geq 0$ .

En la siguiente figura se muestran los gráficos de  $f$  y  $g$ .



La región sombreada  $R$  está delimitada por los gráficos de  $f$  y  $g$ , la recta  $x = 1$  y el eje  $y$ .

(c) Escriba una expresión para el área de  $R$ . [2]

(d) A partir de lo anterior, halle el área exacta de  $R$ . [6]



**No** escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.

