



No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without written permission from the IB.

Additionally, the license tied with this product prohibits commercial use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, is not permitted and is subject to the IB's prior written consent via a license. More information on how to request a license can be obtained from <http://www.ibo.org/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite de l'IB.

De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation commerciale de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, n'est pas autorisée et est soumise au consentement écrit préalable de l'IB par l'intermédiaire d'une licence. Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour demander une licence, rendez-vous à l'adresse <http://www.ibo.org/fr/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin que medie la autorización escrita del IB.

Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso con fines comerciales de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales— no está permitido y estará sujeto al otorgamiento previo de una licencia escrita por parte del IB. En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una licencia: <http://www.ibo.org/es/contact-the-ib/media-inquiries/for-publishers/guidance-for-third-party-publishers-and-providers/how-to-apply-for-a-license>.

Mathématiques

Niveau supérieur

Épreuve 1

Lundi 13 mai 2019 (après-midi)

Numéro de session du candidat

2 heures

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instructions destinées aux candidats

- Écrivez votre numéro de session dans les cases ci-dessus.
- N'ouvrez pas cette épreuve avant d'y être autorisé(e).
- Aucune calculatrice n'est autorisée pour cette épreuve.
- Section A : répondez à toutes les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet.
- Section B : répondez à toutes les questions sur le livret de réponses prévu à cet effet. Écrivez votre numéro de session sur la première page du livret de réponses, et attachez ce livret à cette épreuve d'examen et à votre page de couverture en utilisant l'attache fournie.
- Sauf indication contraire dans l'intitulé de la question, toutes les réponses numériques devront être exactes ou correctes à trois chiffres significatifs près.
- Un exemplaire non annoté du **livret de formules pour les cours de mathématiques NS et de mathématiques complémentaires NS** est nécessaire pour cette épreuve.
- Le nombre maximum de points pour cette épreuve d'examen est de **[100 points]**.



Le total des points ne sera pas nécessairement attribué pour une réponse correcte si le raisonnement n'a pas été indiqué. Les réponses doivent être appuyées par un raisonnement et/ou des explications. Lorsque la réponse est fautive, certains points peuvent être attribués si la méthode utilisée est correcte, pour autant que le raisonnement soit indiqué par écrit. On vous recommande donc de montrer tout votre raisonnement.

Section A

Répondez à **toutes** les questions. Rédigez vos réponses dans les cases prévues à cet effet. Si cela est nécessaire, vous pouvez poursuivre votre raisonnement en dessous des lignes.

1. [Note maximale : 4]

Dans une suite arithmétique, la somme du 3^e terme et du 8^e terme est 1.
Étant donné que la somme des sept premiers termes est 35, déterminez le premier terme et la raison.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



2. [Note maximale : 6]

Trois points de l'espace tridimensionnel ont pour coordonnées $A(0; 0; 2)$, $B(0; 2; 0)$ et $C(3; 1; 0)$.

(a) Trouvez le vecteur

(i) \vec{AB} ;

(ii) \vec{AC} .

[2]

(b) À partir de là ou par toute autre méthode, trouvez l'aire du triangle ABC .

[4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Note maximale : 5]

Considérez la fonction $f(x) = x^4 - 6x^2 - 2x + 4, x \in \mathbb{R}$.

La représentation graphique de f subit une translation de deux unités vers la gauche pour former la fonction $g(x)$.

Exprimez $g(x)$ sous la forme $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, où $a, b, c, d, e \in \mathbb{Z}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



4. [Note maximale : 5]

En utilisant le changement de variable $u = \sin x$, trouvez $\int \frac{\cos^3 x \, dx}{\sqrt{\sin x}}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

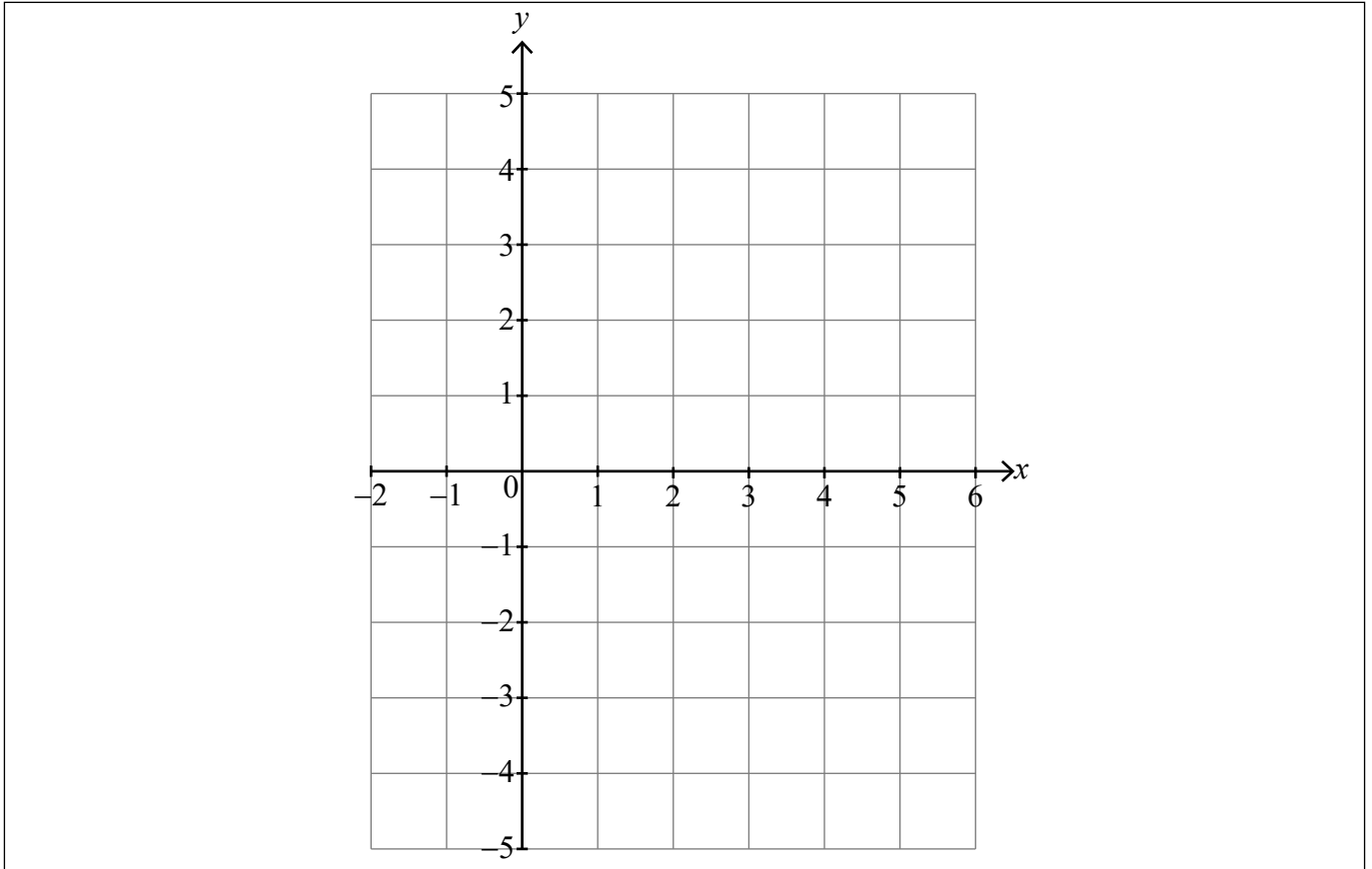
.....

.....



5. [Note maximale : 8]

- (a) Esquissez la représentation graphique de $y = \frac{x-4}{2x-5}$, en indiquant les équations de toute asymptote et les coordonnées de tout point d'intersection avec les axes. [5]



- (b) Considérez la fonction $f : x \rightarrow \sqrt{\frac{x-4}{2x-5}}$.

Écrivez

- (i) le plus grand domaine possible de f ;
 (ii) l'image correspondante de f .

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Note maximale : 7]

La courbe C est donnée par l'équation $y = x \tan\left(\frac{\pi xy}{4}\right)$.

(a) Au point $(1; 1)$, montrez que $\frac{dy}{dx} = \frac{2 + \pi}{2 - \pi}$. [5]

(b) À partir de là, trouvez l'équation de la normale à C au point $(1; 1)$. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.
Les réponses rédigées sur cette page ne
seront pas corrigées.



7. [Note maximale : 7]

Résolvez le système d'équations

$$\begin{aligned}\log_2 6x &= 1 + 2 \log_2 y \\ 1 + \log_6 x &= \log_6(15y - 25).\end{aligned}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

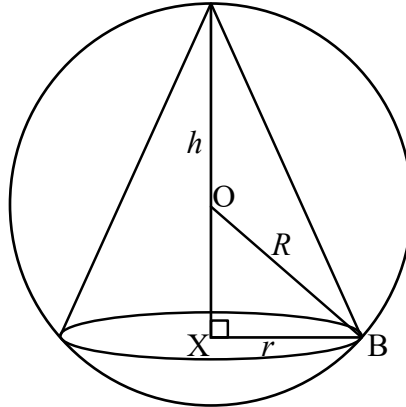
.....

.....



8. [Note maximale : 8]

Un cône circulaire droit de rayon r est inscrit dans une sphère de centre O et de rayon R , tel que montré dans le diagramme suivant. La hauteur perpendiculaire du cône est h , le centre de sa base est noté X et B est un point où le cône touche la sphère.



(a) Montrez que le volume du cône peut être exprimé par $V = \frac{\pi}{3}(2Rh^2 - h^3)$. [4]

(b) Étant donné qu'il existe un cône inscrit ayant un volume maximal, montrez que le volume de ce cône est $\frac{32\pi R^3}{81}$. [4]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(Suite de la question à la page suivante)



16EP10

(Suite de la question 8)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP11

Tournez la page

N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

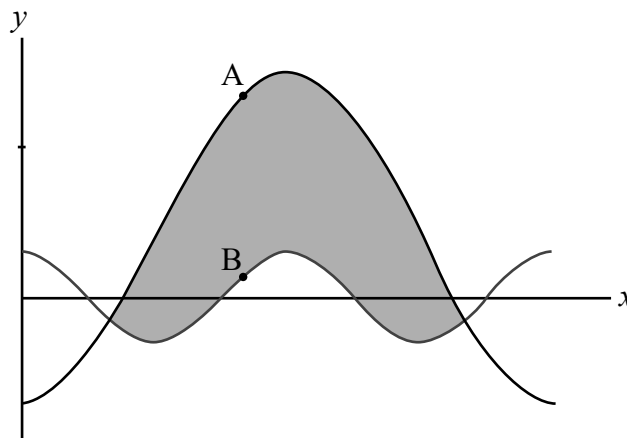
Section B

Répondez à **toutes** les questions sur le livret de réponses fourni. Veuillez répondre à chaque question sur une nouvelle page.

9. [Note maximale : 17]

Considérez les fonctions f et g , définies à l'intérieur du domaine $0 < x < 2\pi$, par $f(x) = 3 \cos 2x$ et $g(x) = 4 - 11 \cos x$.

Le diagramme suivant montre les représentations graphiques de $y = f(x)$ et $y = g(x)$.



- (a) Trouvez les abscisses des points d'intersection entre les deux représentations graphiques. [6]
- (b) Trouvez l'aire exacte de la région grisée, en donnant votre réponse sous la forme $p\pi + q\sqrt{3}$, où $p, q \in \mathbb{Q}$. [5]

Aux points A et B sur le diagramme, les pentes des deux représentations graphiques sont égales.

- (c) Déterminez l'ordonnée de A sur la représentation graphique de g . [6]



N'écrivez **pas** vos solutions sur cette page.

10. [Note maximale : 16]

La variable aléatoire X a une fonction de densité f donnée par

$$f(x) = \begin{cases} k(\pi - \arcsin x) & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}, \text{ où } k \text{ est une constante positive.}$$

(a) Indiquez le mode de X . [1]

(b) (i) Trouvez $\int \arcsin x \, dx$.

(ii) À partir de là, montrez que $k = \frac{2}{2 + \pi}$. [6]

(c) Étant donné que $y = \left(\frac{x^2}{2}\right) \arcsin x - \left(\frac{1}{4}\right) \arcsin x + \left(\frac{x}{4}\right) \sqrt{1-x^2}$, montrez que

(i) $\frac{dy}{dx} = x \arcsin x$;

(ii) $E(X) = \frac{3\pi}{4(\pi+2)}$. [9]

11. [Note maximale : 17]

Considérez les fonctions f et g , définies par $f(x) = \ln|x|$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ et $g(x) = \ln|x+k|$, $x \in \mathbb{R} \setminus \{-k\}$, où $k \in \mathbb{R}$, $k > 2$.

(a) Décrivez la transformation par laquelle $f(x)$ est transformée en $g(x)$. [1]

(b) Indiquez l'image de g . [1]

(c) Esquissez les représentations graphiques de $y = f(x)$ et $y = g(x)$ sur le même système d'axes, en indiquant clairement tout point d'intersection avec les axes. [6]

Les représentations graphiques de f et g se coupent au point P.

(d) Trouvez les coordonnées de P. [2]

La tangente à $y = f(x)$ au point P passe par l'origine (0; 0).

(e) Déterminez la valeur de k . [7]



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne
seront pas corrigées.



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne
seront pas corrigées.



Veillez ne **pas** écrire sur cette page.

Les réponses rédigées sur cette page ne
seront pas corrigées.

